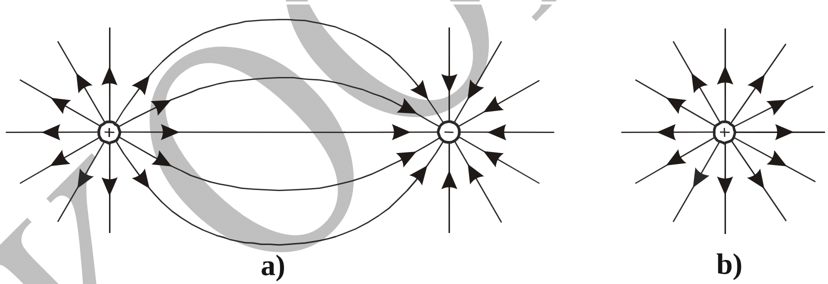
2 Elektriahelad

2.1 Alalisvooluahelad

Elektrivõrgud töötavad tänapäeval peamiselt vahelduvvoolul. Erandiks on üksikud alalisvooluülekanded. Tõsi, küllaltki suur hulk lõpptarbijaid (elektritransport, tõsteseadmed, paberimasinad jm) kasutab alalisvoolu. Kuna aga voolu alaldatakse selliste tarbijate vahetus läheduses, võib ka neid elektri ülekande ja jaotamise seisukohalt lugeda vahelduvvoolutarbijateks. Elektrotehnika saladustega tutvumist on siiski otstarbekas alustada alalisvoolust. Ka ajalooliselt rajanes elektrotehnika kuni 20. sajandi alguseni alalisvoolul.

2.1.1 Elektriväli

Elektrivälja tekitavad elektriliselt laetud kehad. Aine põhiosakese, aatomi tuum on laetud positiivselt, seda ümbritsevad elektronid aga negatiivselt. Enamasti on aatomi positiivne ja negatiivne laeng tasakaalus ja aatomist väljaspool elektriväli puudub. Kui aga elektrone eemaldada või lisada, omandavad aatomid ja neid sisaldavad kehad positiivse või negatiivse laengu. Selliste kehade vahel tekitatud elektrivälja kujutab joonis 2.1a. Kui teine laetud keha on piisavalt kaugel (teoreetiliselt lõpmata kaugel), on elektriväli sümmeetriline (joonis 2.1b).



Joonis 2.1 Kahe laetud keha elektriväli (a) ja sümmeetriline elektriväli (b)

Elektrilaengut Q iseloomustab suurus ja polaarsus. Laengu suurust mõõdetakse *kulonites* (C). Elektroni laengu suurus $Q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C. Polaarsus on kas positiivne või negatiivne. Polaarsus määrati kindlaks juba enne aatomi tundmaõppimist. Hiljem selgus, et elektroni laeng on negatiivne. Laengu märgil pole iseenesest tähtsust. Oluline on vaid see, et erineva polaarsusega laengud tõmbuvad ja sama polaarsusega tõukuvad.

Elektrivälja olemasolu võib avastada ja elektrivälja **väljatugevust** mõõta testlaengule Q_T mõjuva jõu F_T kaudu. Elektrivälja tugevus avaldub nende suhtena

$$E = \frac{F_T}{Q_T} \tag{2.1}$$

Väljatugevuse suund[1] ühtib jõu suunaga (eeldusel, et testlaeng on positiivne) ja on sellega arvuliselt võrdne, kui tegemist on ühiklaenguga. Väljatugevuse mõõtühikuks on V/m.

Tööd, mis seondub ühiklaengu ümberpaigutamisega elektriväljas teekonnal $l = (l_1, l_2)$, nimetatakse **pingeks**

$$U = El \quad U = \int_{l_1}^{l_2} Edl \tag{2.2}$$

Kui ühiklaengu lähtekohas elektriväli puudub (lähtekoht on teoreetiliselt lõpmata kaugel), on tegemist **potentsiaaliga**

$$V = \int_{-\infty}^{l} Edl \tag{2.3}$$

Praktikas loetakse elektrivälja mingi punkti (nt maapinna) potentsiaal nulliks $V_0 = 0$. Pinge avaldub potentsiaalide vahena

$$U = V - V_0, \quad U_{12} = V_1 - V_2 \tag{2.4}$$

Nii pinge kui potentsiaali mõõtühik on *volt* (V).

Elektrivoog Ψ on teatud pinda läbiva elektrivälja määr. Elektrivoo mõõtühik on kulon, sest mingit laengut ümbritsevat pinda läbiva elektrivälja kogumäär on võrdne selle laenguga

$$\Psi = Q$$

Elektrivoo intensiivsust ruumiosas iseloomustab **elektrivoo tihedus**

$$D = \frac{\Psi}{A}, \quad D = d\Psi / dA \tag{2.5}$$

kus A on pindala. Elektrivoo tihedus on võrdeline elektrivälja tugevusega

$$D = \varepsilon E \tag{2.6}$$

Tegurit ε nimetatakse **dielektriliseks läbitavuseks** ehk **permitiivsuseks**. Dielektriline läbitavus sõltub ainest (dielektrikust), milles elektriväli eksisteerib. Vaakumi dielektriline läbitavus $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m. Muude keskkondade dielektrilist läbitavust on kombeks avaldada vaakumi suhtes

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \tag{2.7}$$

Tavaliselt on **suhteline dielektriline läbitavus** $\varepsilon_r = 2...10$.

Elektrivälja kasutatakse ära kondensaatorites. Kui kondensaatorile rakendada pinget U, kandub sellele laeng Q, mis on võrdeline **mahtuvusega** C

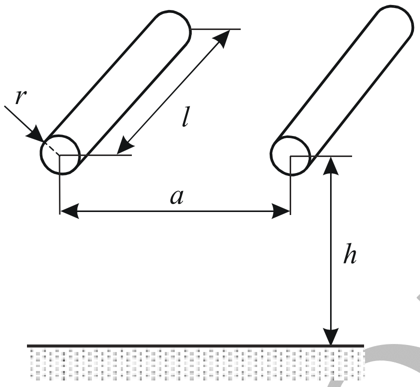
$$Q = CU \tag{2.8}$$

[1] Jõudu, väljatugevust ja mõningaid muid siin vaadeldavaid suurusi tuleks käsitleda vektoritena. Käesolevas lihtsustatud ülevaates tuginetakse siiski skalaaridele.

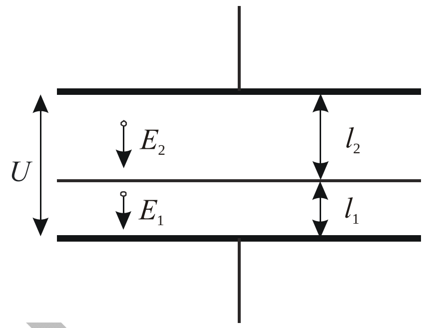
Mahtuvus sõltub elektroodide pindalast A, nende vahekaugusest l ja elektroodidevahelise aine dielektrilisest läbitavusest ε. Traditsioonilise kahetasapinnalise elektroodiga kondensaatori mahtuvus on

$$C = \varepsilon \frac{A}{l} \tag{2.9}$$

Elektrivõrkude arvutamisel pakub huvi liinijuhtmetevaheline mahtuvus C_l ning juhtme ja maa vaheline mahtuvus C_0 (joonis 2.2)



Joonis 2.2 Elektriliini juhtmed



Joonis 2.3 Kahe dielektrikukihiga kondensaator

$$C_l = \frac{\pi \varepsilon l}{\ln \frac{a}{r_e}}, \quad C_0 = \frac{2\pi \varepsilon l}{\ln \frac{2h}{r_e}}$$

Mahtuvust mõõdetakse *faradites* (F). Ka eespool vaadeldud dielektrilist läbitavust avaldatakse mahtuvuse kaudu, mõõtühik F/m.

Rööbiti paiknevate kondensaatorite mahtuvused liituvad

$$C = C_1 + C_2 \tag{2.10}$$

Jadaühenduses kondensaatorite korral liituvad mahtuvuste pöördväärtused

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{2.11}$$

Sama valem kehtib olukorras, kus kondensaatori dielektrik koosneb mitmest kihist (joonis 2.3), kusjuures

$$C_1 = \varepsilon_1 \frac{A}{l_1}, \quad C_2 = \varepsilon_2 \frac{A}{l_2}$$

Siit tuleneb tähtis järeldus elektrivälja tugevuse jagunemise kohta kõrgepingeisolatsioonis. Kuna elektrivoo tihedus on mõlemas kihis sama $D_1 = D_2$, siis

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 \quad \text{ja} \quad E_1 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_2 \tag{2.12}$$

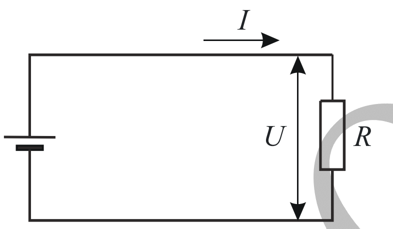
Seega on elektrivälja tugevus pöördvõrdeline aine dielektrilise läbitavusega. Kuna õhu dielektriline läbitavus on suhteliselt väike, tekib just õhukihis kõrge tugevusega elektriväli, mis võib põhjustada läbilööke osalahenduste kujul.

2.1.2 Elektrivool

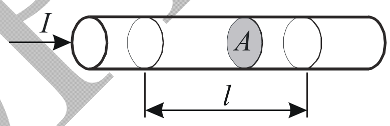
Elektriahelas (joonis 2.4) tekib elektrilaengute ümberpaiknemise tulemusena elektrivool[2]

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \tag{2.13}$$

Elektrivoolu ühik on *amper* (A = C/s). Voolu suunaks loetakse positiivsete laengute liikumise suunda. Selline lepe on jäänud püsima, kuigi vool sisaldab tihti vaid negatiivse laenguga elektrone, mis liiguvad vastassuunas.



Joonis 2.4 Elektriahel



Joonis 2.5 Elektrivool juhtmes

Vool on **Ohmi seaduse** kohaselt võrdeline pingega

$$I = GU = \frac{U}{R} \tag{2.14}$$

kus G on **juhtivus** ehk **konduktants** ja selle pöördväärtus R on **takistus** ehk **resistants**. Takistuse mõõtühik on *oom* (Ω = V/A) ja juhtivuse mõõtühik *siimens* (S = 1/Ω = A/V).

Elektrijuhtmes (joonis 2.5) võib vaadelda **voolutihedust**

$$J = \frac{I}{A} \tag{2.15}$$

Voolutihedus on võrdeline elektrivälja tugevusega juhtmes

$$J = \gamma E, \quad E = \rho J \tag{2.16}$$

kus γ on **erijuhtivus** ehk **konduktiivsus** ja ρ **eritakistus** ehk **resistiivsus**, mis seoste 2.2 ja 2.14...2.16 kohaselt avalduvad kujul

$$\gamma = Gl/A, \quad \rho = RA/l \tag{2.17}$$

[2] Siin ja edaspidi tähistatakse väikeste tähtedega muutujate hetkväärtusi. Suurtähed on jäetud suurustele, mis jäävad ajas muutumatuks.

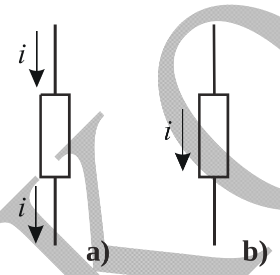
Voolutiheduse, erijuhtivuse ja eritakistuse mõõtühikud on A/m^2, S/m = A/(V·m) ja Ω·m = V·m/A.

Materjalide erijuhtivused ja -takistused sõltuvad aine puhtusest ja temperatuurist. Näiteks suureneb temperatuuri kasvamisel ühe kraadi võrra vase eritakistus 0,4%. Juhtivuse seisukohalt jagunevad materjalid **elektrijuhtideks**, **isolaatoriteks** ja nende vahevormiks **pooljuhtideks**. Temperatuuri absoluutse nulli läheduses muutuvad metallid **ülijuhtideks**, kus nende eritakistus on null. Tabelis 2.1 on andmed mõne materjali kohta.

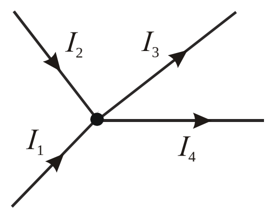
Tabel 2.1 Materjalide erijuhtivusi ja eritakistusi

Materjal	Erijuhtivus S/m	Eritakistus Ω·m	Märkus
Hõbe	62 000 000	0,000 000 016	Elektrijuht
Vask	57 000 000	0,000 000 018	Elektrijuht
Alumiinium	36 000 000	0,000 000 028	Elektrijuht
Nikkel	7 700 000	0,000 000 129	Elektrijuht
Räni	0,000 435	2300	Pooljuht
Kumm	10^{-12}	10^{12}	Isolaator

Kahe elektrijuhtme liitumiskoha kontakttakistust mõjutab materjalide iseloom, pinna seisund ja voolu jagunemine. Vastav erijuhtivus on tavaliselt tunduvalt väiksem kui kummagi juhtme erijuhtivus. Kontakttakistuse erijuhtum on maandustakistus.



Joonis 2.6 Kaksklemm-elementi läbiv vool

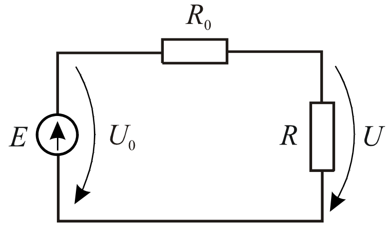


Joonis 2.7 Elektriahela sõlm

Elektriahela elemendid on laenguneutraalsed, s.t nendesse ei kogune laeng. Kui mingi vool siseneb kaksklemmelementi ülemise klemmi kaudu (joonis 2.6a), siis sama suur vool väljub selle alumiselt klemmilt. Seda omadust rõhutab joonisel 2.6b ühine voolu tähistav nool. Sama kehtib ka hargneva elektriahela sõlme kohta (joonis 2.7), mis tähendab, et sõlmest väljuvate voolude summa võrdub sõlme sisenevate voolude summaga $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$. Üldisemalt väljendab seda **Kirchhoffi esimene** ehk **vooluseadus**: *sõlme kõikide voolude algebraline summa võrdub nulliga.*

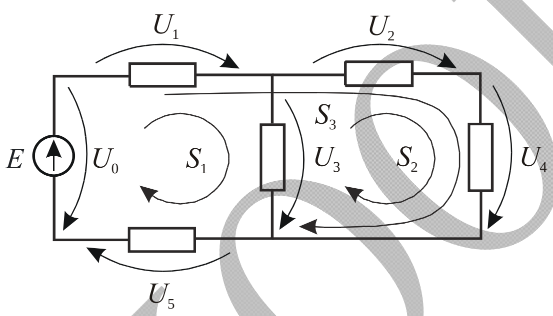
$$\sum_k I_k = 0 \tag{2.18}$$

Voolu tekitamiseks elektriahelas on vaja pingeallikat, näiteks patareid või generaatorit. Ideaalne pingeallikas on ahela element, mille pinge ei sõltu allikat läbivast voolust. **Allikapinget** nimetatakse **elektromotoorjõuks**. Reaalset pingeallikat, mille pinge sõltub voolust, võib kujutada koosnevana konstantse elektromotoorjõuga E ideaalsest pingeallikast ning allika sisetakistusest R_0 (joonis 2.8). Potentsiaalide vahet U takistil ehk üldisemalt elektriahela passiivsel elemendil nimetatakse **pingelanguks**. Elektromotoorjõudu sisaldaval aktiivsel elemendil võib vaadelda **pingetõusu** U_0 ehk negatiivset pingelangu.



Joonis 2.8 Reaalse pingeallikaga elektriahel

Elektriahel sisaldab ühte või enamat silmust, s.t teekonda, mis, läbides sõlmi vaid üks kord, jõuab tagasi algussõlme. Energia jäävuse seaduse tõttu on silmust läbivale laengule antav energia null, mis tähendab, et pingelangude summa silmuses võrdub pingetõusude summaga. Seda väljendab ka **Kirchhoffi teine** ehk **pingeseadus**: *elektriahela silmuse pingelangude algebraline summa võrdub nulliga* ehk *silmuse elektromotoorjõudude algebraline summa võrdub pingelangude algebralise summaga*



Joonis 2.9 Kolme silmusega elektriahel

$$\sum_k U_k = 0 \quad \text{ehk} \quad \sum_i E_i = \sum_l U_l \tag{2.19}$$

Joonisel 2.9 kujutatud elektriahelal võib vaadelda kolme silmust S_1, S_2 ja S_3

$$-U_0 + U_1 + U_3 + U_5 = 0$$
$$-U_3 + U_2 + U_4 = 0$$
$$-U_0 + U_1 + U_2 + U_4 + U_5 = 0$$

ehk

$$E = U_1 + U_3 + U_5$$
$$-U_3 + U_2 + U_4 = 0$$
$$E = U_1 + U_2 + U_4 + U_5$$

Jadaühenduse (joonis 2.10) korral on kõigis takistites üks ja sama vool, mis on leitav allikapinge ja ahela kogutakistuse kaudu

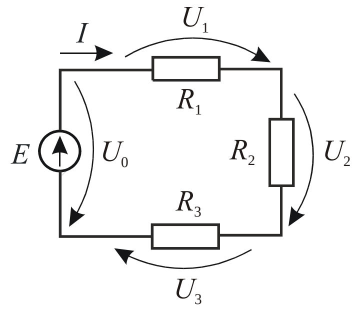
$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = \frac{E}{R}$$

Kuna

$$E = U_1 + U_2 + U_3$$

siis ahela kogutakistus

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (2.20)$$



Joonis 2.10 Takistite jadaühendus

Rööpühenduse (joonis 2.11) puhul ühtib takistite pinge

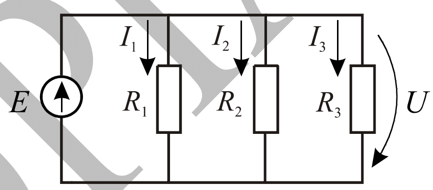
$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3}$$

ning

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Seega avaldub ahela kogutakistus R võrrandist

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



Joonis 2.11 Takistite rööpühendus

ja kogujuhtivus G on

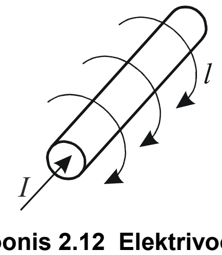
$$G = G_1 + G_2 + G_3$$

Niisiis liituvad jadaühenduse korral takistused, rööpühendusel aga juhtivused.

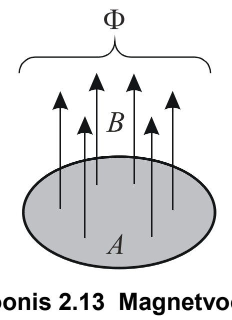
2.1.3 Magnetväli

Vooluga juhtme ümber tekib magnetväli, mille suund määratakse kruvireegli alusel (joonis 2.12). Kvantitatiivselt võib magnetvälja kujutada **magnetvoona** Φ (joonis 2.13), mille intensiivsuseks on **magnetvoo tihedus** B

$$B = \frac{\Phi}{A} \qquad (2.21)$$



Joonis 2.12 Elektrivoolu tekitatud magnetväli



Joonis 2.13 Magnetvoog

Magnetvoo mõõtühik on *veeber* (Wb = V·s) ja magnetvoo tiheduse mõõtühik on *tesla* (T = Wb/m^2 = V·s/m^2).

Kuna magnetvoo tihedus sõltub keskkonnast (materjalist), kus magnetväli eksisteerib, vaadeldakse vooluga proportsionaalset **magnetvälja tugevust**. Magnetvälja tugevuse definitsioon: kui mööda magnetjõujoont teha täisring ümber vooluga juhtme, võrdub magnetvälja tugevuse H ja teepikkuse l korrutis vooluga

$$Hl = I \text{, ehk} \qquad H = \frac{I}{l} \tag{2.22}$$

Täpsemalt kirjeldab seda **Ampère´i** ehk **koguvooluseadus**, mis ütleb, et magnetvälja tugevuse ja suletud kontuuri pikkuse (võetuna mööda magnetjõujoont) korrutis on võrdne koguvooluga, mis läbib kontuuriga piiratud pindala

$$\sum_m I_m = \sum_n H_n \cdot \Delta l_n \tag{2.23}$$

Selle avaldise paremat poolt nimetatakse ka **magneetimisergutuseks**. Magnetvälja tugevuse mõõtühik on A/m.

Magnetvoo tiheduse ja magnetvälja tugevuse suhet μ nimetatakse **magnetiliseks läbitavuseks** ehk **permeaabluseks**

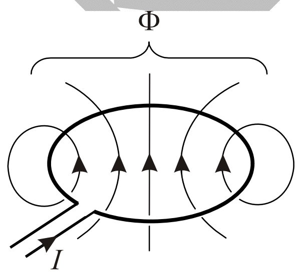
$$B = \mu H \tag{2.24}$$

Vaakumi magnetiline läbitavus $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Diamagnetiliste materjalide (nt vask) magnetiline läbitavus on sellest veidi väiksem ja paramagneetikutel (nt õhk) veidi suurem. Omaette rühma moodustavad ferromagneetikud, mille suhteline magnetiline läbitavus $\mu_r = \mu / \mu_0$ võib ulatuda tuhandetesse.

Voolu poolt mingis seadmes tekitatud magnetvoog on võrdeline vooluga

$$\Phi = LI \tag{2.25}$$

Proportsionaalsustegurit L nimetatakse **induktiivsuseks**, mille mõõtühik on *henri* (1 H = 1 V·s/A). Joonisel 2.14 on kujutatud silmusekujulise vooluringi magnetvoogu.



Joonis 2.14 Silmusvooluringi magnetvoog

Magnetvälja ebaühtlane jaotumine seadmes muudab induktiivsuse määramise keerukaks. Silmuse induktiivsus avaldub näiteks kujul

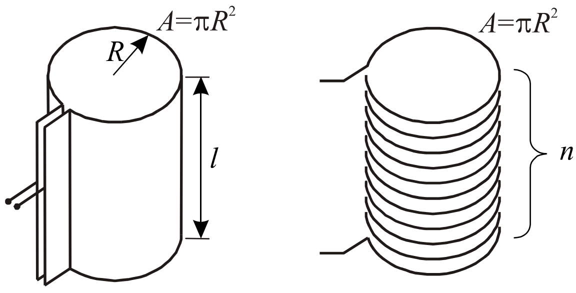
$$L = \mu_0 R \ln \frac{R}{r}$$

kus R on silmuse ja r juhtme raadius. Joonisel 2.15a kujutatud torujuhtme sees võib magnetvoo tiheduse lugeda ühtlaseks ja sellest väljaspool piisavalt väikeseks, mistõttu

$$\Phi \approx BA = \mu_0 HA = \mu_0 \frac{I}{l} A\,, \quad L \approx \mu_0 \frac{A}{l}$$

Sama arutelu kehtib ka silinderpooli suhtes (joonis 2.15b). Kuna poolil on n juhtmekeerdu, siis on vastavalt suurem ka koguvool. Lisaks haarab juhe magnetvoogu n korda. Kokku võttes on pooli induktiivsus võrdeline keerdude arvu ruuduga

$$L \approx n^2 \mu_0 \frac{A}{l}$$

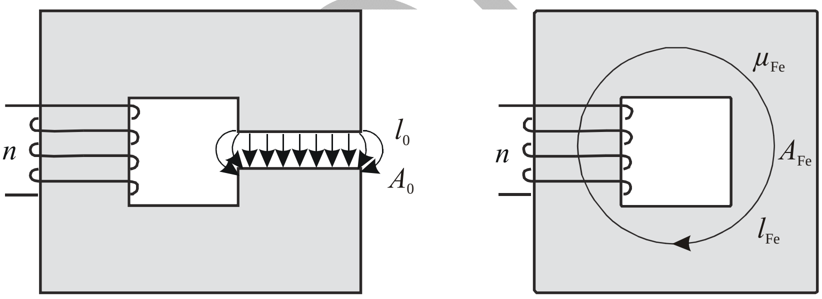


a) b)

Joonis 2.15 Torujuhe (a) ja silinderpool (b)

Ferromagnetilise südamiku korral, mille magnetiline läbitavus $\mu_{Fe} >> \mu_0$, saab otsustavaks õhupilu. Kui õhupilu on olemas (joonis 2.16a), siis määrab see kogu ahela induktiivsuse. Õhupilu puudumisel (joonis 2.16b) saavad määravaks raudsüdamiku näitajad. Vastavalt

$$L \approx n^2 \mu_0 \frac{A_0}{l_0}, \text{ või } L \approx n^2 \mu_{Fe} \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}}$$

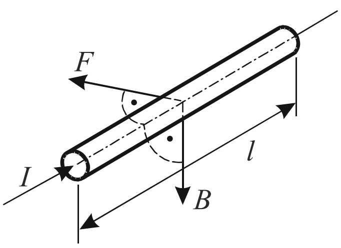


a) b)

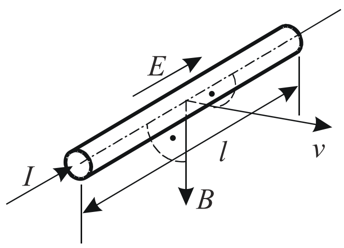
Joonis 2.16 Õhupiluga (a) ja õhupiluta (b) ferromagnetilise südamikuga pool

Magnetväljas mõjub vooluga juhtmele jõud, mis on risti nii vooluga I kui magnetvoo tihedusega B (joonis 2.17). Seevastu magnetväljas kiirusega v liikuvas juhtmes indutseeritakse elektromotoorjõud E (joonis 2.18)

$$F = BIl\,,\ E = Bvl \tag{2.26}$$



Joonis 2.17 Vooluga juhtmele mõjuv jõud



Joonis 2.18 Elektrijuhtmes indutseeritav elektromotoorjõud

Elektromotoorjõud indutseeritakse ka siis, kui juhe on paigal, kuid magnetvoog muutub

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{2.27}$$

Seda tuntakse **Faraday seadusena**. Indutseeritava elektromotoorjõu suund on selline, et selle poolt tekitatava voolu magnetväli töötab vastu elektromotoorjõudu tekitavale nähtusele (Lenzi reegel). Kuna elektromotoorjõud indutseeritakse tavaliselt mähises, milles on n keerdu, esitatakse vaadeldav seos kujul

$$E = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad \Psi = n\Phi \tag{2.28}$$

Suurust Ψ nimetatakse **aheldusvooks**. Üldjuhul on keerdude arvu n asemel seadme konstruktsioonist sõltuv magnet- ja aheldusvoo vaheline proportsionaalsustegur.

Voolutugevuse ühik amper defineeritaksegi kahe vaakumis asetsevale paralleel-juhtmele mõjuva jõu kaudu

$$F = \mu_0 \frac{I^2 l}{2\pi a}$$

kus l on juhtmete pikkus ja a nende vahekaugus. Kui $l = a$, siis on voolutugevuse 1 A korral juhtmetele mõjuv jõud $2 \cdot 10^{-7}$ N. Vaakumi magnetiline läbitavus $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m antakse ette ja on seega täpne suurus.

2.1.4 Elektrienergia

Kui vool läbib takisti, haihtub selles energia, mis võrdub elektrilaengu ümberpaiknemisel tehtava tööga

$$W = UQ = UIt = \frac{U^2}{R}t = RI^2 t \tag{2.29}$$

Energia muutumiskiirus on võimsus

$$P = \frac{W}{t} = UI = \frac{U^2}{R} = RI^2 \tag{2.30}$$

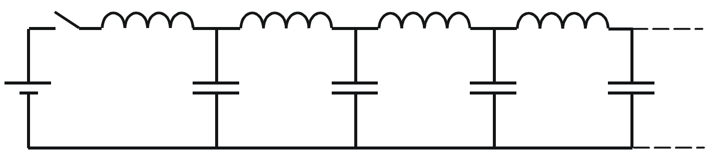
Viimast tuntakse **Joule'i-Lenzi seadusena**.

Elektriväljaga seondub energia, mis võrdub välja tekitamiseks vajalike laengute ümberpaigutamisel tehtava tööga. Tuleb tähele panna, et laengute ümberpaigutamisel tõuseb pinge nullist kuni lõppväärtuseni U

$$W_C = \int_0^U uq\,du = \int_0^U Cu^2\,du = \frac{1}{2}CU^2 \tag{2.31}$$

Samamoodi võib leida ka magnetväljaga seotud energia väärtuse

$$W_L = \int_0^I ui\,di = \int_0^I Li^2\,di = \frac{1}{2}LI^2 \tag{2.32}$$



Joonis 2.19 Elektriliini aseskeem

Elektrienergiat kantakse üle elektriliini abil. Elektriliini hajutatud induktiivsust ja mahtuvust võib aseskeemil kujutada jadaühenduses elementide lülitusena (joonis 2.19). Kui elektriliin ühendatakse vooluallikaga, tekib pingelaine, kus elektrilaeng siirdub esmalt esimesele kondensaatorile. Kui esimese kondensaatori pinge tõuseb, hakkab laeng üle kanduma teisele kondensaatorile jne. Ühtlasi tekib induktiivsetes elementides magnetväli ja kasvab sellega seotud energia. Elektri- ja magnetväljas sisalduva energia tõttu vajab protsess aega. Pingelaine edenemiskiiruseks kujuneb

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 300\,000 \text{ km/s}$$

Seega liigub pingelaine ja ühtlasi edastub elektrienergia valguse kiirusega, samal ajal kui laengukandjate (elektronide) liikumiskiiruseks on vaid mõni millimeeter sekundis.

Elektrienergia ülekannet piirab muuhulgas toiteallika sisetakistus. Kui U_0 on allikapinge, R_S toiteallika sisetakistus ja R_V välistakistus, siis on ülekantav võimsus suurim, kui $R_S = R_V$, sest

$$P_V = R_V I^2 = \frac{R_V U_0^2}{(R_S + R_V)^2} \text{ ja kui } \frac{dP_V}{dR_V} = 0, \text{ siis } R_S = R_V$$

Selline ülekanne võib olla vajalik nõrkvoolutehnikas, kus tingimuse $R_S = R_V$ kohta öeldakse, et koormus on allikaga sobitatud. Elektrivarustuses tähendaks see, et ülekande kasutegur on vaid 50%.

2.2 Vahelduvvooluahelad

Elektrivarustuses on vahelduvvoolul olulisi eeliseid. Vahelduvvool võimaldab valida ülekandmiseks sobivat pinget ja seda vajalikul viisil reguleerida. Alalisvoolumasinatega võrreldes on vahelduvvoolumootorid ja -generaatorid tunduvalt lihtsama konstruktsiooniga ning seetõttu ka odavamad ja töökindlamad. Tõsi, probleemiks on olnud vahelduvvoolumootorite juhtimine, kuid ka seal on viimastel aastakümnetel tehtud jõuelektroonika kaasabil edusamme.

2.2.1 Põhimõisted

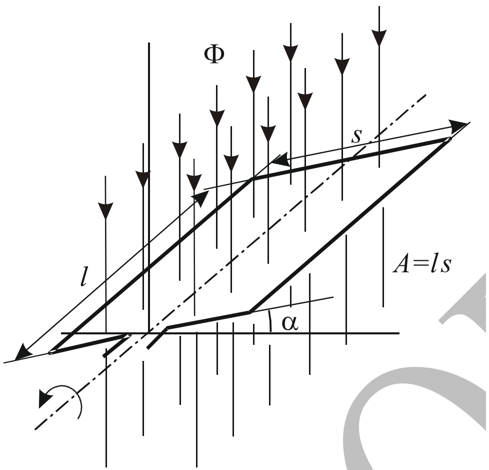
Elektrivarustuses on kasutusel siinuseline vahelduvvool. Voolu siinuseline kuju tuleneb sellest, et magnetväljas pöörleva juhtmekeeru (joonis 2.20) aktiivküljele mõjuva magnetvoo tihedus sõltub keeru asendist

$$b = \frac{\Phi}{A}\sin\alpha = B_m \sin\alpha \text{ , kus } A = ls$$

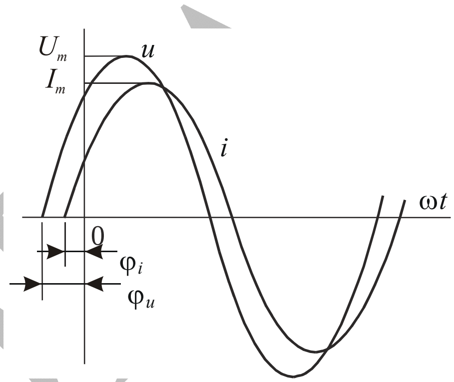
Seega on keerus indutseeritud elektromotoorjõud

$$e = B_m lv \sin\alpha \,,\quad e = B_m lv \sin\omega t \,,\quad e = E_m \sin\omega t$$

kus ω on juhtmekeeru **nurksagedus**, mille mõõtühik on *radiaani sekundis* (rad/s). Kui juhtmekeeruga ühendada elektriahel, tekib selles siinuseline pinge ja vool (joonis 2.21).



Joonis 2.20 Juhtmekeerd magnetväljas



Joonis 2.21 Vahelduvpinge ja -vool

Siinuseliselt muutuvat pinget ja voolu

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_U)\,,\quad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_I)$$

iseloomustab **amplituud** U_m ja I_m, **periood** T, **sagedus** f

$$T = \frac{2\pi}{\omega}\,,\quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

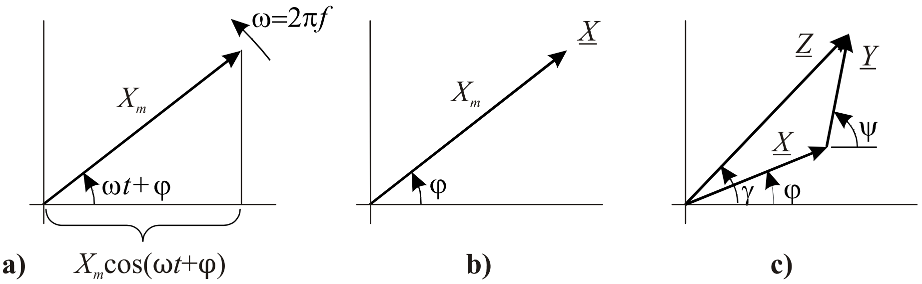
ning **faasinurk** ehk **faas** φ_U ja φ_I, mis pingel ja voolul ei pruugi kokku langeda. Sageduse f =50 Hz korral on periood $T = 1/f = 20$ ms ja nurksagedus $\omega = 2\pi f = 314$ rad/s. Kokkuleppe kohaselt ei kasutata koosinusfunktsiooni ega amplituudi negatiivseid väärtusi, vaid muudetakse vastavalt siinusfunktsiooni faasi

$$\cos\alpha = \sin(\alpha + 90^\circ)\,,\quad U_m^- \sin\alpha = U_m^+ \sin(\alpha + 180^\circ)$$

Siinuseliste suuruste käsitlemine lihtsustub tunduvalt, kui siinusfunktsiooni vaadelda pöörleva vektori projektsioonina horisontaalteljele (joonis 2.22 a). Kui loobuda aja jälgimisest (vaadelda olukorda hetkel $t = 0$) eeldusel, et sagedus ω ei muutu, esindab siinusfunktsiooni mittepöörlev vektor ehk **faasor** $\underline{X} = X_m \angle\varphi$ (joonis 2.22 b). Kahe suvalise faasiga suuruse summat

$$Z_m \sin(\omega t + \gamma) = X_m \sin(\omega t + \varphi) + Y_m \sin(\omega t + \phi)$$

on lihtne leida vektordiagrammi abil (joonis 2.22 c).



Joonis 2.22 Siinusfunktsiooni asendamine vektoriga

Vektordiagrammid sobivad ülesannete graafiliseks lahendamiseks. Numbrilisel lahendamisel on otstarbekas rakendada kompleksarvutust. Selleks kujutatakse vektoreid ja muid suurusi komplekstasandil, kus **reaaltelg** paikneb horisontaalselt ja **imaginaartelg** vertikaalselt (joonis 2.23). Vertikaalkoordinaadi korral on kasutusel imaginaarühik $j = \sqrt{-1}$. Suurusi (nii skaalareid kui ka vektoreid) kujutatakse komplekstasandil kas rist- või polaarkoordinaatides (joonis 2.23 a ja b)

$$A = a_r + ja_i \quad \text{või} \quad A = |A|\angle\varphi$$

kus $a_r = \mathrm{Re}[A]$ ja $a_i = \mathrm{Im}[A]$ on suuruse *A* reaal- ja imaginaarosa. Matemaatilise seose rist- ja polaarkoordinaatide vahel võib tuletada trigonomeetriliselt

$$a_r = |A|\cos\varphi\,, \quad a_i = |A|\sin\varphi$$

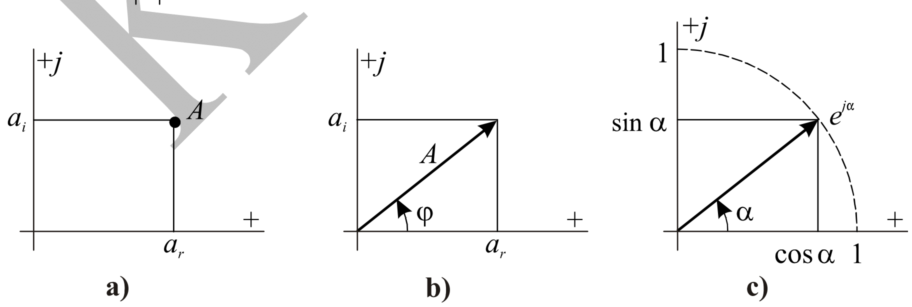
$$|A| = \sqrt{a_r^2 + a_i^2}\,, \quad \varphi = \tan^{-1}(a_i / a_r)$$

Euleri valemi kohaselt

$$e^{\pm j\alpha} = \cos\alpha \pm j\sin\alpha$$

kusjuures $e^{j\alpha}$ on ühikpikkusega ning nurgaga α lõik (joonis 2.23 c). Seda valemit rakendades võib komplekssuuruse teisendada **eksponentsiaalsele kujule**

$$A = |A|e^{j\varphi}$$



Joonis 2.23 Suurused komplekstasandil

Kompleksarvude liitmist ja lahutamist tuleb teha ristkoordinaatides. Kui

$$A = a_r + ja_i \quad \text{ja} \quad B = b_r + jb_i$$

siis

$$A \pm B = (a_r \pm b_r) + j(a_i \pm b_i)$$

Korrutamiseks ja jagamiseks sobivad enam polaarkoordinaadid. Kui

$$A = |A|e^{j\varphi} \quad \text{ja} \quad B = |B|e^{j\phi}$$

siis

$$AB = |AB|e^{j(\varphi+\phi)} = |AB|\angle(\varphi+\phi)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{|A|}{|B|}e^{j(\varphi-\phi)} = \frac{|A|}{|B|}\angle(\varphi-\phi)$$

Edasiseks on kasulik tähele panna, et

$$\frac{1}{j} = -j\,, \quad j^2 = -1\,, \quad \left|e^{j\alpha}\right| = 1\,, \quad \angle e^{j\alpha} = \alpha$$

Elektrotehnikas tähistatakse komplekssuurusi sageli allkriipsuga. Mooduleid lisamärgiga ei tähistata. Näiteks

$$\underline{A} = Ae^{j\varphi}\,, \quad \underline{A} = A\angle\varphi\,, \quad \underline{A} = B + jC\,, \quad A = \sqrt{B^2 + C^2}$$

On ka teisi kokkuleppeid, näiteks tähistatakse allkriipsuga vaid vektoreid. Muud komplekssuurused kirjutatakse aga nii, nagu on näidatud eespool.

2.2.2 Vahelduvvooluahel

Vahelduvpingele lülitatud aktiivtakistile (resistorile) kehtib Ohmi seadus samal kujul kui alalisvoolu korral

$$u = Ri$$

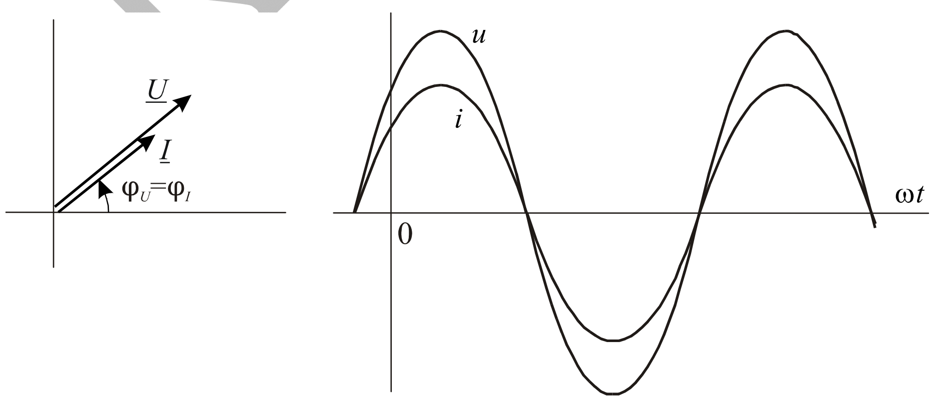
millest

$$u(t) = RI_m \sin(\omega t + \varphi_I) = U_m \sin(\omega t + \varphi_U)$$

kus $\varphi_U = \varphi_I$. Seega

$$\underline{U} = R\underline{I} \qquad (2.33)$$

Faasorid $\underline{U}$ ja $\underline{I}$ on siin kollineaarsed ning pinge ja vool samas faasis (joonis 2.24).



Joonis 2.24 Resistori vektordiagramm ja lainekujud

Induktiivtakistis indutseerib vahelduvvool elektromotoorjõu, mis tasakaalustab sellele lülitatud pinge

$$u = -L\frac{di}{dt}$$

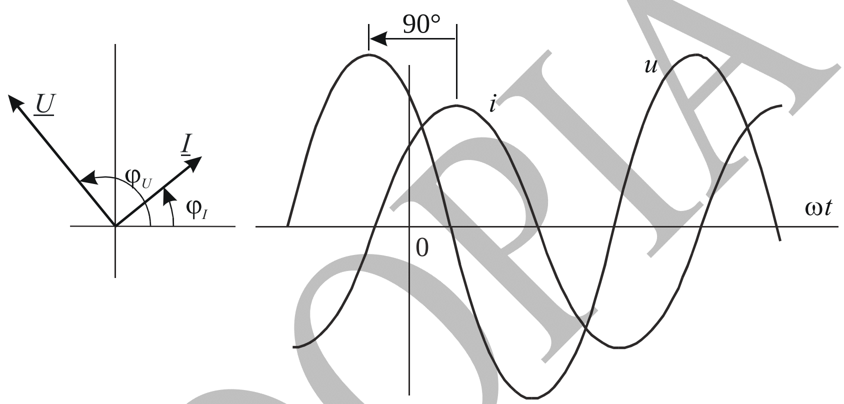
Seega

$$u(t) = -L\frac{d}{dt}I_m \sin(\omega t + \varphi_I) = -\omega L I_m \sin(\omega t + \varphi_I + 90^\circ) = j\omega L I_m \sin(\omega t + \varphi_I)$$

ning

$$\underline{U} = j\omega L \underline{I} \qquad (2.34)$$

Seega jääb induktiivtakisti korral vool 90° võrra pingest maha (joonis 2.25).



Joonis 2.25 Induktiivtakisti vektordiagramm ja lainekujud

Vool kondensaatoris on võrdeline laengu muutumise kiirusega

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$$

mistõttu

$$i(t) = C\frac{d}{dt}U_m \sin(\omega t + \varphi_U) = \omega C U_m \sin(\omega t + \varphi_U + 90^\circ) = j\omega C U_m \sin(\omega t + \varphi_U)$$

Siit

$$\underline{I} = j\omega C \underline{U} \quad \text{ehk} \quad \underline{U} = \frac{1}{j\omega C}\underline{I} = -\frac{j}{\omega C}\underline{I} \qquad (2.35)$$

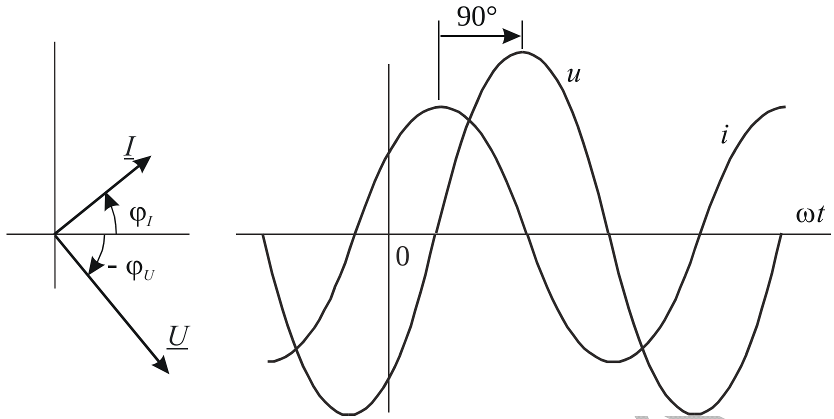
Seega edestab vool kondensaatoris ehk mahtuvustakistuses pinget 90° võrra (joonis 2.26).

Üldjuhul võib Ohmi seaduse vahelduvvooluahelatele esitada vektorkujul

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} \qquad (2.36)$$

kus tegurit $\underline{Z}$ nimetatakse **näivtakistuseks** ehk **impedantsiks**[3]. Eespool vaadeldud juhtumitel

[3] Mõnikord nimetatakse näivtakistuseks moodulit Z, suurust $\underline{Z}$ aga komplekstakistuseks.



Joonis 2.26 Kondensaatori vektordiagramm ja lainekujud

$$Z_R = R\,,\quad Z_L = j\omega L = \omega L\angle 90^\circ \text{ ja } Z_C = -j/\omega C = 1/\omega C\angle 90^\circ$$

Siin on suurus R **aktiivtakistus** ehk **resistants**. Suurusi

$$X_L = j\omega L \quad\text{ja}\quad X_C = -j/\omega C \qquad (2.37)$$

nimetatakse vastavalt **induktiivtakistuseks** ehk **induktantsiks** ja **mahtuvustakistuseks** ehk **kapasitantsiks**. Nende ühisnimetus on **reaktiivtakistus** ehk **reaktants**. Takistuste pöördväärtused, juhtivused, on **näivjuhtivus** ehk **admitants**, **aktiivjuhtivus** ehk **konduktants** ja **reaktiivjuhtivus** ehk **sustseptants**. Reaktiivjuhtivuse mõiste ühendab nii induktiivse kui mahtuvusliku juhtivuse. Vajaduse korral täpsustatakse mõistet eessõnaga (tabel 2.2).

Tabel 2.2 Elementide takistused ja juhtivused

Element	Takistus		Juhtivus	
Takisti	Näivtakistus Impedants	$\underline{Z}$	Näivjuhtivus Admitants	$\underline{Y} = 1/\underline{Z}$
Aktiivtakisti Resistor	Aktiivtakistus Resistants	R	Aktiivjuhtivus Konduktants	$G = 1/R$
Induktiivtakisti Induktor	Induktiivtakistus Induktiivne reaktants Induktants	$X_L = j\omega L$	Induktiivjuhtivus Induktiivne sustseptants	$B_L = -j/\omega L$
Mahtuvustakisti Kondensaator	Mahtuvustakistus Mahtuvuslik reaktants Kapasitants	$X_C = -j/\omega C$	Mahtuvusjuhtivus Mahtuvuslik sustseptants	$B_C = j\omega C$

Komplekstasandil võib vaadelda nn takistuste kolmnurka, mille hüpotenuus on näivtakistus ning kaatetid aktiiv- ja reaktiivtakistus (joonis 2.27). Kehtivad seosed

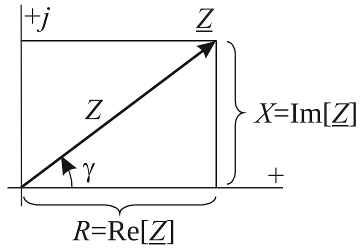
$$\underline{Z} = Z\angle\gamma\,,\quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}\,,\quad \gamma = \tan^{-1}\frac{X}{R} \tag{2.38}$$

Vahelduvvooluahelas võib nagu alalisvooluahelas leida ekvivalentse takistuse, liites jadaühenduses näivtakistused ja rööpühenduses näivjuhtivused

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$$

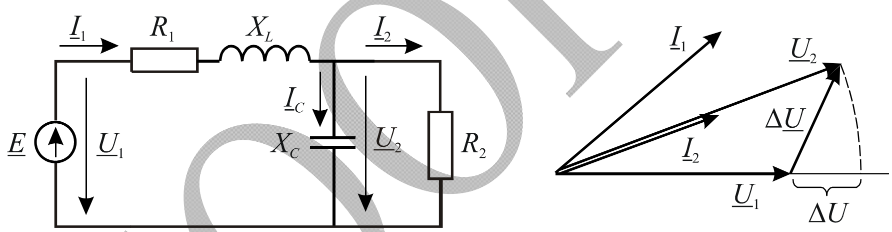
Kehtivad ka Kirchhoffi esimene ja teine seadus



Joonis 2.27 Takistuste kolmnurk

$$\sum_k \underline{I}_k = 0\,,\quad \sum_l \underline{U}_l = 0 \tag{2.39}$$

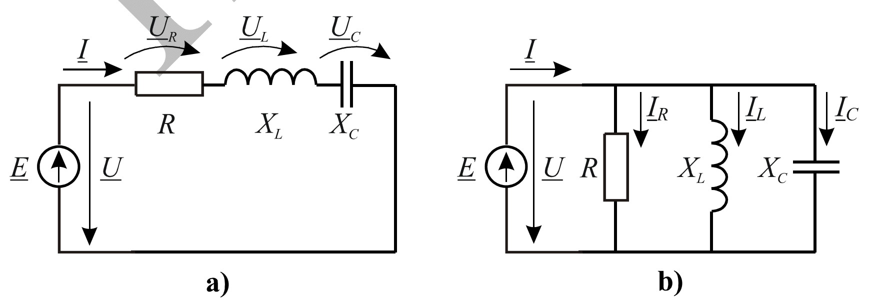
Joonisel 2.28 kujutatud skeem iseloomustab elektriülekannet. Eriti kaabelliinide korral, kus juhtmed paiknevad lähestikku ja mahtuvus on seetõttu suur, võib tulla ette, et pinge liinis ei lange, vaid hoopiski kasvab. Selline nähtus takistab pikkade (nt merealuste) kaabelliinide rajamist. Teisalt võimaldab kondensaatorpatareide ülesseadmine tarbija lähedal pinget tõsta ja reguleerida.



Joonis 2.28 Elektriülekannet iseloomustav vahelduvvooluahel

Joonisel 2.29 on takistite jada- ja rööpühendus. Jadaühenduse korral induktiivse ja mahtuvusliku iseloomuga reaktiivtakistused kompenseerivad teineteist

$$Z(\omega) = R + j(X_L - X_C) = R + j(\omega L - 1/\omega C)$$



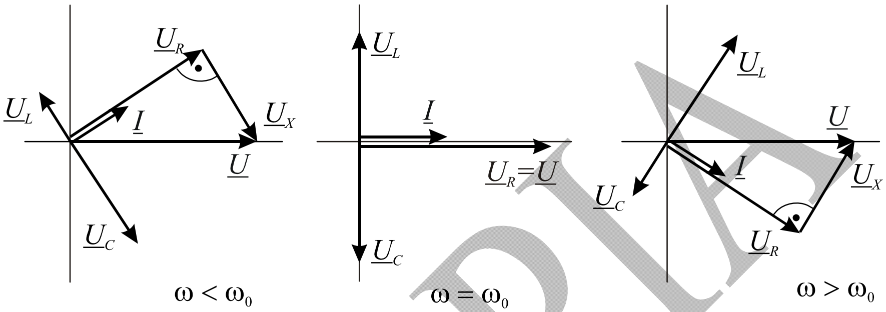
Joonis 2.29 Takistite jada- (a) ja rööpühendus (b)

Kui reaktiivtakistused on võrdsed, tekib nähtus, mida nimetatakse **resonantsiks**, jadaühendusel ka **jada-** ehk **pingeresonantsiks**. Selline olukord vastab **resonantssagedusele** ω_0

$$\omega_0 L - 1/\omega_0 C = 0\,,\quad \omega_0^2 = 1/LC\,,\quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \qquad (2.40)$$

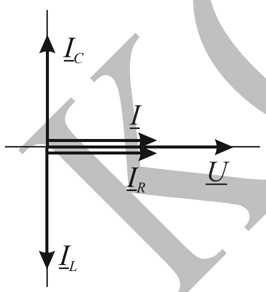
Resonantsi korral $\underline{I} = \underline{U}/R$ ja

$$\underline{U}_L = j\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\underline{U}$$



Joonis 2.30 RLC-jadaahela vektordiagrammid

Induktiiv- ja mahtuvusliku takisti pinged võivad jadaresonantsil olla toitepingest suuremad. Vektordiagrammid joonisel 2.30 vastavad olukorrale, kus ülekaalus on mahtuvusliku iseloomuga reaktiivtakistus ($\omega < \omega_0$), tegemist on resonantsiga ($\omega = \omega_0$), või ülekaalus on induktiivse iseloomuga takistus ($\omega > \omega_0$). Füüsikaliselt on resonantsinähtus seletatav salvestatud energia võnkumisega.



Joonis 2.31 RLC-rööpahela vektordiagramm

Takistite rööpühendusel (joonis 2.29b) liituvad juhtivused

$$Y(\omega) = G + B_L + B_C = 1/R + j\omega C - j/\omega L$$

Rööp- ehk **vooluresonantsile** vastab sagedus

$$\omega_0 C - 1/\omega_0 L = 0\,,\quad \omega_0^2 = 1/LC\,,\quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC} \qquad (2.41)$$

Resonantsi korral $\underline{U} = \underline{I}R$ ja

$$\underline{I}_L = -jR\sqrt{\frac{C}{L}}\underline{I}\,,\quad \underline{I}_C = jR\sqrt{\frac{C}{L}}\underline{I}$$

Rööpahela resonantsi vektordiagramm on joonisel 2.31.

2.2.3 Vahelduvvoolu võimsus

Voolu ja pinge muutumise tõttu on vahelduvvoolu korral ka võimsus muutlik (joonis 2.32). Võimsuse hetkväärtus

$$p = ui = U_m \sin(\omega t + \varphi_U) I_m \sin(\omega t + \varphi_I)$$
$$p = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\varphi_U - \varphi_I) - \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) \tag{2.42}$$

Enamasti pakub huvi vaid keskmine võimsus

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} p(t)dt$$

Kuna avaldise (2.42) teise liikme keskväärtus on null, siis

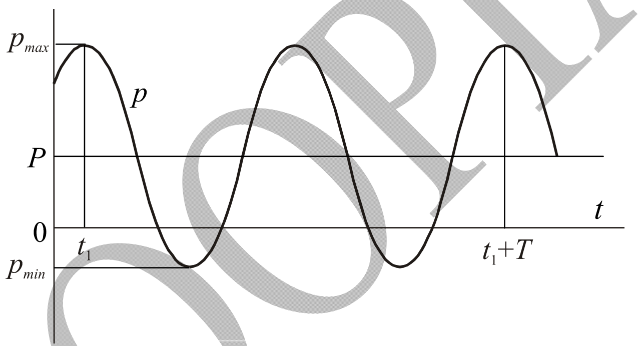
$$P = \frac{U_m I_m}{2}\cos(\varphi_U - \varphi_I)$$

Kui tähistada $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$ ning võtta kasutusele pinge ja voolu **efektiivväärtused**

$$U = U_m / \sqrt{2}\,,\quad I = I_m / \sqrt{2} \tag{2.43}$$

saame

$$P = UI\cos\varphi \tag{2.44}$$



Joonis 2.32 Võimsuse hetkväärtuse muutumine

Voolu ja pinge efektiivväärtused on vahelduvvooluahelates üldkasutatavad. Efektiivväärtustele on skaleeritud ka mõõteriistad. On lihtne veenduda, et Ohmi ja Kirchhoffi seadused jäävad seejuures kehtima.

Üldjuhul võib efektiivväärtusi defineerida kui voolu ja pinge ruutkeskmisi. Tõepoolest, kui vaadelda resistoril hajuva võimsuse keskväärtust

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} p(t)dt = \frac{R}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} i^2(t)dt = \frac{1}{RT}\int_{t_1}^{t_1+T} u^2(t)dt$$

ja võrdsustada see konstantsele voolule või pingele vastava võimsusega

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

siis

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} i^2(t)dt}\,,\quad U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} u^2(t)dt} \tag{2.45}$$

Selliselt määratud efektiivväärtused sobivad nii siinuselise kui ka mis tahes muu kujuga vahelduvvoolu ja pinge korral.

Kui võimsuse hetkväärtuse valemis (2.42) teha asendus $\varphi_I = \varphi_U - \varphi$, saab peale trigonomeetrilisi teisendusi

$$p = UI\cos\varphi\left[1+\cos 2(\omega t+\varphi_U)\right] + UI\sin\varphi\sin 2(\omega t+\varphi_U)$$

Saadud avaldise esimene liige vastab olukorrale, kus $\varphi_I = \varphi_U$, s.t ahel on resistiivne. Teine liige, mille keskväärtus on null, kajastab seega energia võnkumist allika ja reaktiivtakisti vahel. Suurusi

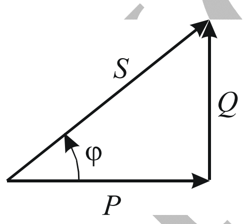
$$P = UI\cos\varphi,\quad Q = UI\sin\varphi \qquad (2.46)$$

nimetatakse vastavalt **aktiivvõimsuseks**, ühik *vatt* (W), ja **reaktiivvõimsuseks**, ühik *varr* (VAr). Neist esimest, võimsust tavalises mõttes, on vaadeldud eespool. Reaktiivvõimsuse mõistet on otstarbekas kasutada vaheldvvooluahelate käsitlemisel.

Kui ahelas on vaid induktiiv- või mahtuvuslik takisti, siis $\varphi = 90^\circ$ või $\varphi = -90^\circ$ ja

$$Q_L = \frac{U^2}{X_L} = I^2 X_L > 0,\quad Q_C = -\frac{U^2}{X_C} = -I^2 X_C < 0$$

On kombeks öelda, et induktiivne reaktiivtakisti tarbib ja mahtuvuslik reaktiivtakisti toodab reaktiivvõimsust, kuigi tegemist on vaid vahelduva energiasalvestusega. Reaktiivvõimsust ei ole siiski otstarbekas üle kanda, sest see suurendab voolu $I^2 = I_P^2 + I_Q^2$ ja tõstab kadusid $\Delta P = RI^2$ ülekandeahelates (*R* on ülekandeahelate aktiivtakistus).



Joonis 2.33
Võimsuste kolmnurk

Pinge ja voolu efektiivväärtuste korrutist

$$S = UI$$

nimetatakse **näivvõimsuseks**, ühik *voltamper* (VA). Näivvõimsus kujutab võimsuste kolmnurga (joonis 2.33) hüpotenuusi, kus üks kaatet on aktiiv- ja teine reaktiivvõimsus

$$P^2 + Q^2 = (UI)^2\cos^2\varphi + (UI)^2\sin^2\varphi = (UI)^2$$

Kui aktiivvõimsus paigutada komplekstasapinna reaalteljele, siis reaktiivvõimsus kuulub imaginaarteljele. Komplekssuurust

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = P + jQ \qquad (2.47)$$

nimetatakse ka **kompleksvõimsuseks**. Määrangus voolu kaaskompleksi

$$\underline{I}^* = \left[I\angle(\varphi_U - \varphi)\right]^* = I\angle(-\varphi_U + \varphi)$$

kasutamine tagab selle, et näivvõimsuse nurk on φ

$$S = \underline{U}\,\underline{I}^* = U\angle\varphi_U\, I\angle(-\varphi_U + \varphi) = UI\angle\varphi$$

Kompleksvõimsuse oluline omadus on tema summeeritavus – sõlme summaarne kompleksvõimsus võrdub kõikide koormuste kompleksvõimsuste summaga. See omadus laieneb ka aktiiv- ja reaktiivvõimsusele.

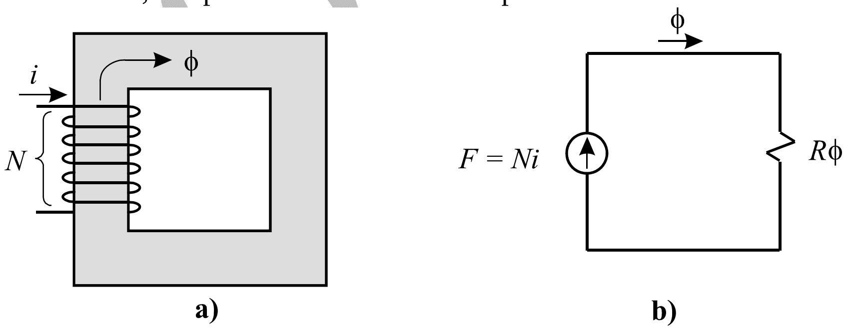
Aktiivvõimsuse suhet näivvõimsusse $P / S = \cos\varphi$ nimetatakse **võimsusteguriks**. Kuna reaktiivvõimsuse ülekandmine põhjustab elektrivõrkudes kadusid, on soovitav, et võimsustegur oleks võimalikult lähedane ühele. Kokkuvõte vahelduvvooluvõimsust iseloomustavatest suurustest on tabelis 2.3.

Tabel 2.3 Vahelduvvooluvõimsuse suurused koormusele $\underline{Z} = R + jX = Z\angle\varphi$

Suurus	Avaldis	Ühik	Tähendus
Aktiivvõimsus	$P = UI\cos\varphi = RI^2$	W	Keskmine edastatav võimsus
Reaktiivvõimsus	$Q = UI\sin\varphi = XI^2$	VAr	Reaktiivenergia vahetuse määr
Kompleks-võimsus	$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = P + jQ = \underline{Z}I^2$	VA	Näivvõimsuse kompleks kuju
Näivvõimsus	$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$	VA	Kompleksvõimsuse moodul
Võimsustegur	$P / S = \cos\varphi$		Aktiiv- ja näivvõimsuse suhe

2.2.4 Vastastikune induktiivsus

Vool magnetahela (joonis 2.34a) mähises tekitab magnetvoo ϕ, mille suund on määratav parema käe reegli abil – kui võtta poolist kinni parema käega ja sõrmed on voolu suunas, siis pöial osutab voo suunale poolis.



Joonis 2.34 Magnetahela skeem ja aseskeem

Kui südamiku suhteline magnetiline läbitavus on suur, siis ei välju magnetvoog südamikust ja on ligikaudu

$$\phi = \mu_r \mu_0 N i A / l$$

kus μ_r on südamiku materjali suhteline magnetiline läbitavus, N pooli keerdude arv, A südamiku ristlõikepindala ja l voo teepikkus südamikus. Magnetahelate analüüsi hõlbustamiseks nimetatakse pooli voogutekitavat efekti **magneto-**

motoorjõuks

$$F = Ni$$

ja voo teed iseloomustavat omadust **magnetiliseks takistuseks** ehk **reluktantsiks**

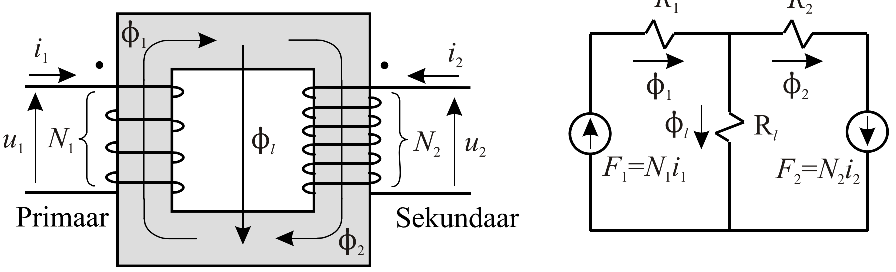
$$R = l / \mu_r \mu_0 A$$

Tulemuseks on avaldis

$$F = R\phi \qquad (2.48)$$

mis on Ohmi seaduse magnetiline versioon. Sellele avaldisele vastab magnetahela aseskeem joonisel 2.34b.

Kui südamikule asetada veel teine mähis (joonis 2.35a), lisandub teine magnetvoog, mille suund võib esimesega ühtida või mitte. Magnetvoogude polaarsuse fikseerimiseks tähistatakse mähiste otsad punktiga nii, et sealt sisenevate voolude tekitatud magnetvood on samasuunalised. Arvestades ka puistevooga ϕ_l, võtab magnetahela aseskeem joonisel 2.35b näidatud kuju.



a) **b)**

Joonis 2.35 Kahe mähisega magnetahel

Magnetahela skeemi alusel võib koostada võrrandisüsteemi

$$(R_1 + R_l)\phi_1 - R_l\phi_2 = N_1 i_1$$
$$-R_l\phi_1 + (R_2 + R_l)\phi_2 = N_2 i_2$$

mille lahendiks on

$$\phi_1 = N_1 i_1 / R_{11} + N_2 i_2 / R_M, \quad \phi_2 = N_2 i_2 / R_{22} + N_1 i_1 / R_M$$

kus

$$R_{11} = R_1 + R_2 // R_l, \quad R_{22} = R_2 + R_1 // R_l, \quad R_M = R_1 + R_2 + R_1 R_2 / R_l$$

Faraday seaduse alusel

$$u_1 = N_1 d\phi_1 / dt = (N_1^2 / R_{11}) di_1 / dt + (N_1 N_2 / R_M) di_2 / dt$$

$$u_2 = N_2 d\phi_2 / dt = (N_2^2 / R_{22}) di_2 / dt + (N_1 N_2 / R_M) di_1 / dt$$

Defineerides

$$L_1 = N_1^2 / R_{11}, \quad L_2 = N_2^2 / R_{22}, \quad M = N_1 N_2 / R_M$$

saame

$$u_1 = L_1 di_1 / dt + M di_2 / dt\,, \quad u_2 = L_2 di_2 / dt + M di_1 / dt \qquad (2.49)$$

Suuruste L_1, L_2, ja M interpreteerimiseks kujutame ette, et sekundaar- või primaar-ahel on avatud (i_2 = 0 või i_1=0). Siis

$$u_1 = L_1 di_1 / dt\,, \quad u_2 = M di_1 / dt \quad \text{või} \quad u_2 = L_2 di_2 / dt\,, \quad u_1 = M di_2 / dt$$

Siit võime järeldada, et L_1 kujutab endast primaar- ja L_2 sekundaarmähise **omainduktiivsust**. **Vastastikune induktiivsus** M väljendab aga mähistevahelist magnetilist sidestust ja on ühesugune mõlemas suunas (joonis 2.36). Vastastikuse induktiivsuse võib avaldada omainduktiivsuste kaudu

$$M = \kappa \sqrt{L_1 L_2}$$

kus sidestustegur

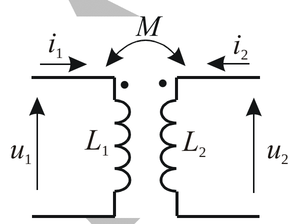
$$\kappa = R_l / \sqrt{(R_1 + R_l)(R_2 + R_l)} \le 1$$

Vastastikune induktiivsus on suurim ($\kappa = 1$), kui leke puudub ($R_l = \infty$). Kui üks pool oleks keritud teises suunas, siis selle tekitatud voog oleks vastassuunaline ja

$$u_1 = L_1 di_1 / dt - M di_2 / dt$$

$$u_2 = L_2 di_2 / dt - M di_1 / dt$$

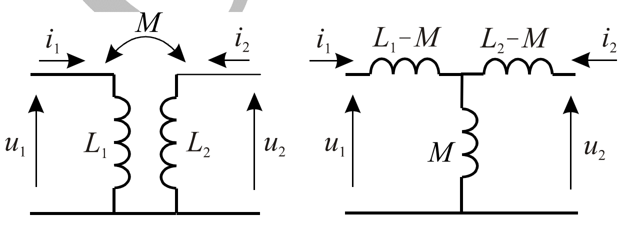
mis tähendab, et sel juhul vastastikuse induktiivsuse märk muutub.



Joonis 2.36 Magnetahelate oma- ja vastastikune induktiivsus

Vastastikuseid induktiivsusi sisaldavate ahelate analüüsimisel võib lähtuda valemitest (2.49). Püsitalituse korral kasutatakse efektiivväärtusi, asendades $L_k di_k / dt \to j\omega L_k \underline{I}_k$ ja $M di_k / dt \to j\omega M \underline{I}_k$ (k = 1,2)

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2\,, \quad \underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 \qquad (2.50)$$



a) **b)**

Joonis 2.37 Trafo skeem (a) ja aseskeem (b)

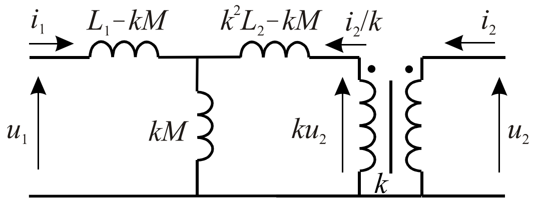
Kasutada võib ka aseskeeme. Joonisel 2.37a kujutatud trafo korral kehtib joonisel 2.37b kujutatud aseskeem. Tõepoolest, aseskeemi alusel tuletatud võrrandid

$$u_1 = (L_1 - M)\, di_1 / dt + M\, d(i_1 + i_2) / dt = L_1 di_1 / dt + M\, di_2 / dt$$

$$u_2 = (L_2 - M)\, di_2 / dt + M\, d(i_1 + i_2) / dt = L_2 di_2 / dt + M\, di_1 / dt$$

on identsed varem saadud võrranditega.

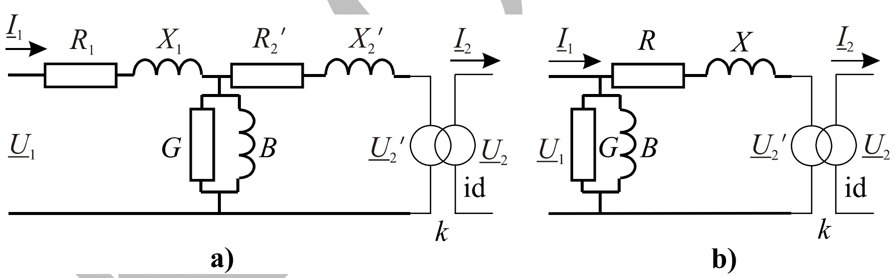
Aseskeemile võib lisada veel ideaalse trafo (joonis 2.38) keerdude suhtega *k*, kusjuures trafo võrrandid jäävad kehtima sõltumata *k* väärtusest. Elektrivõrgu arvutustes valitakse suhe *k* võrdseks trafo tegeliku ülekandesuhtega, mille tulemusena trafo parameetrid osutuvad taandatuks tema primaarpoolele.



Joonis 2.38 Trafo aseskeem

Elektrivarustuses on trafodel kõrge magnetilise läbitavusega ferromagnetiline südamik ning mähised on keritud üksteise peale, mistõttu magnetvoo leke on minimaalne ($\kappa \approx 1$). Arvestada tuleb aga kadudega. Üheks kadude põhjuseks on mähiste kuumenemine aktiivtakistuse tõttu. Seda võimsust nimetatakse trafo vaseskaoks. Tekivad ka südamikuskaod. Nende põhjuseks on hüstereesiefekt ja pöörisvoolud südamikus. Kui trafosüdamik oleks massiivne, võiksid pöörisvoolude põhjustatud kaod ulatuda üle poole trafole antavast võimsusest. Kui südamik koostada üksikutest isoleeritud lehtedest, vähenevad kaod järsult (pöördvõrdeliselt lehtede arvu ruuduga).

Jõutrafo T-aseskeemis (joonis 2.39a) vastab trafo primaarmähise vaseskadudele takistus R_1 ja sekundaarmähise vaseskadudele primaarpoolele taandatud takistus R_2' ning südamikuskadudele juhtivus $G = 1/R_m$.



Joonis 2.39 Jõutrafo T- ja Γ-kujuline aseskeem

Elektrivõrkude arvutamisel puututakse kokku suure hulga trafodega, mistõttu kasutatakse trafode lihtsustatud aseskeeme. Näiteks loobutakse klassikalisest *T*-aseskeemist ja kasutatakse lihtsamat *Γ*-aseskeemi, tuues juhtivused *G* ja *B* aseskeemi primaar- või sekundaarklemmidele (joonis 2.39b) ja summeerides takistused $R = R_1 + R_2'$ ja $X = X_1 + X_2'$. Aseskeemi piki- ja põikharu parameetrite suure erinevuse tõttu tagab *Γ*-aseskeem elektrivõrkude arvutamisel praktikas piisava täpsuse. Ka ideaalne trafo võib aseskeemis olla primaar- või sekundaarpoolel, ainult aseskeemi parameetrid peavad olema taandatud vastava poole pingele. Aseskeemis (2.39b) on trafo takistus *X* võrdne puistereaktantsiga X_l ja reaktiivjuhtivus *B* on trafo magneetimistakistuse X_m pöördväärtus.

Trafo parameetrid võivad olla antud passiandmetes. Sageli antakse trafo tühijooksu- ja lühiskatse tulemused, mille alusel võib vajalikud parameetrid tuletada. Kui tühijooksu parameetrid on U_0, I_0 ja P_0 (tavaliselt rakendatakse nimipinget $U_0 = U_n$), siis

$$G = \frac{P_0}{U_0^2}, \quad B = \frac{\sqrt{U_0^2 I_0^2 - P_0^2}}{U_0^2} \tag{2.51}$$

Lühiskatsel trafo sekundaarpool lühistatakse ja primaarpoolele rakendatakse pinget U_L, mis kutsub sekundaarpoolel esile voolu I_L (tavaliselt nimivoolu $I_L = I_n$) võimsusel P_L, ning

$$R = \frac{P_L}{I_L^2}, \quad X = \frac{\sqrt{U_L^2 I_L^2 - P_L^2}}{I_L^2} \tag{2.52}$$

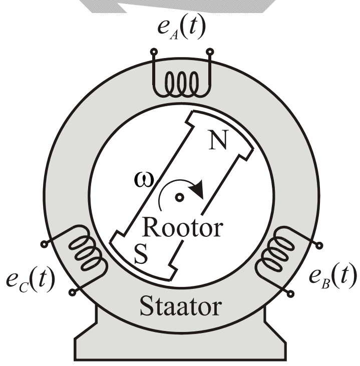
Tõsi, viimased seosed ei ole päris täpsed, sest lühiskatsel avaldavad mõju ka põikjuhtivused. Viga ei ole siiski suur ja ka parameetrite täpsustamine ei tekita raskusi.

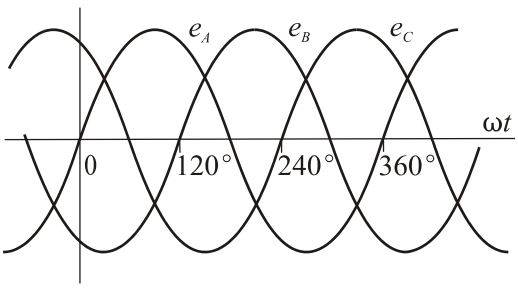
2.3 Kolmefaasilised ahelad

Elektrijõumasinates ning ülekanade- ja jaotusvõrkudes rakendatakse kolmefaasilist vahelduvvoolusüsteemi. Kolmefaasilise süsteemi eeliseks on elektriliinide ja trafode väiksem materjalikulu. Veelgi olulisem on, et kolmefaasilise voolu pöörlev magnetväli võimaldab ehitada eriti lihtsaid ja töökindlaid elektrimasinaid.

2.3.1 Põhimõisted

Kolmefaasiline süsteem tekib, kui generaatori staatorile paigutada kolm üksteise suhtes 120° võrra nihutatud mähist (joonis 2.40 a). Generaatoris pöörleb rootor (elektromagnet) kiirusega $w = \omega / 2\pi = 50$ pööret sekundis tagamaks 50 Hz sagedust. Pöörlev rootor indutseerib faasimähistes elektromotoorjõud, mis on ajas nihutatud $2\pi / 3 = 120^\circ$ võrra (joonis 2.40 b)





Joonis 2.40 Kolmefaasiline süsteem

$$e_A = E_m \sin \omega t\ ,\quad e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)\ ,\quad e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ) \quad (2.53)$$

Võrrandid (2.53) defineerivad sümmeetrilise kolmefaasilise süsteemi faasijärgnevusega A-B-C.

Kolmefaasilises süsteemis on elektromotoorjõudude summa igal ajahetkel null

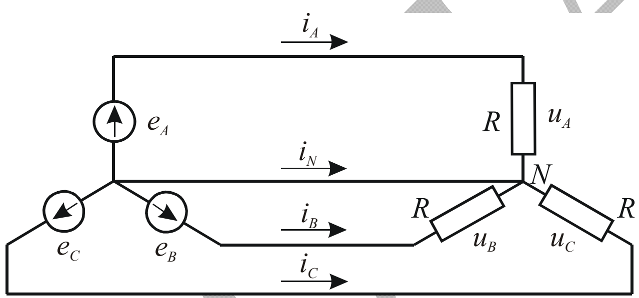
$$e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0$$

sest trigonomeetriliselt $\sin \omega t + \sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t - 240^\circ) = 0$. See asjaolu võimaldab kolme faasi voolu üle kanda vaid kolme juhtme kaudu (joonis 2.41), kusjuures vool võimalikus neutraaljuhtmes puudub $i_N = 0$. Tõepoolest, kuna

$$i_A = u_A / R\ ,\quad i_B = u_B / R\ ,\quad i_A = u_C / R$$

siis

$$i_N(t) = -[i_A(t) + i_B(t) + i_c(t)] = [e_A(t) + e_B(t) + e_C(t)] / R = 0$$



Joonis 2.41 Kolmefaasiline ahel

Selgub ka, et kolme faasi hetkvõimsuste summa on konstantne

$$p(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t) = 3U^2 / R \qquad (2.54)$$

kus pinge efektiivväärtus $U = U_m / \sqrt{2}$. Avaldise (2.54) tõestamiseks tuleb tähele panna, et

$$p_A = u_A^2(t) / R\ ,\quad p_B = u_B^2(t) / R\ ,\quad p_C = u_C^2(t) / R$$

Edasine tuleneb trigonomeetriast. Tehnilisest seisukohast tähendab hetkvõimsuse konstantsus mehaanilise vibratsiooni vähenemist kolmefaasilistes generaatorites ja muudes elektriseadmetes, võrreldes ühefaasiliste seadmetega, kus võimsuse hetkväärtus pulseerib.

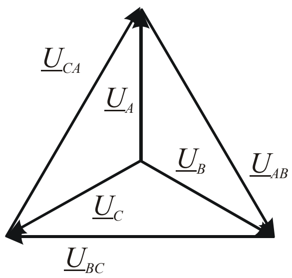
Kolmefaasilises süsteemis võib vaadelda **faasipingeid** $\underline{U}_A , \underline{U}_B$ ja $\underline{U}_B$ neutraali suhtes ja **liinipingeid** $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$, $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$ ja $\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$ kahe juhtme vahel. Joonisel 2.42 on faasi- ja liinipingete vektordiagramm.

Geomeetria põhjal on selge, et liini- ja faasipingete moodulite U_l ja U_f suhe on

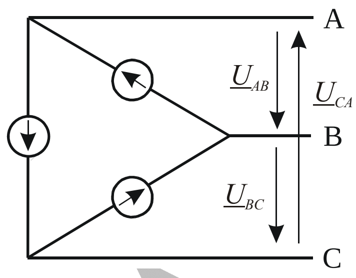
$$U_l = \sqrt{3} U_f \qquad (2.55)$$

Ka liinipinged moodustavad 120° võrra nihutatud kolmefaasilise süsteemi.

Praktikas lähtutakse enamasti liinipingete väärtustest, kuna need on alati mõõdetavad. Seetõttu kasutatakse ka valemites liinipingeid, jättes indeksile *l* osutamata.



Joonis 2.42 Faasi- ja liinipinged

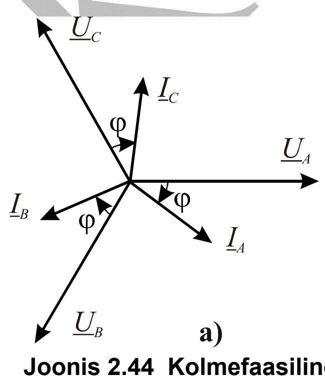


Joonis 2.43 Generaatori kolmnurklülitus

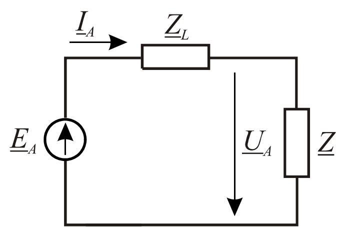
Generaatori mähiseid ja koormusi võib ühendada ka kolmnurka (joonis 2.43). Sel juhul füüsiline neutraalpunkt ja võimalus neutraaljuhi ühendamiseks puudub ning faasipinged on vaid teoreetilised. Muus osas jääb olukord samaks, väljastpoolt vaadatuna ei ole võimalik kindlaks teha, kas generaator või tarbija on täht- või kolmnurklülituses.

2.3.2 Sümmeetriline ahel

Sümmeetrilises ahelas on kõigi kolme faasi pingete ja voolude moodulid võrdsed (joonis 2.44a). Seetõttu võib ühe faasi kohta saadud tulemused üle kanda kahele ülejäänule. Kolmefaasilisi ahelaid analüüsitaksegi ühefaasilise aseskeemi alusel, mis saadakse faasi A ja neutraaljuhi eraldamisel muust skeemist (joonis 2.44b). Kuna vool neutraaljuhis on null, ei mõjuta selle parameetrid olukorda ahelas ja neutraaljuhti loetakse ideaalseks takistuseta juhiks ka juhul, kui neutraaljuht füüsiliselt puudub. Kolmnurkühenduse korral teisendatakse aseskeem ekvivalentsesse tähtlülitusse. Teisendustingimusi vaadeldakse allpool.



a)



b)

Joonis 2.44 Kolmefaasiline süsteem ja selle ühefaasiline aseskeem

Antud juhul

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}}$$

Kuna

$$I_A = I_B = I_C = I = \frac{U_f}{Z} \quad \text{ja} \quad U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}}$$

siis võib voolu kolmefaasilises ahelas leida valemiga

$$\underline{I} = \frac{U}{\sqrt{3}\underline{Z}} \tag{2.56}$$

pidades silmas, et tegemist on liinipingega.

Kolmefaasilise ahela aktiiv- ja reaktiivvõimsus on ilmselt kõigi kolme faasi võimsuste summa, sümmeetrilises ahelas kolmekordne ühe faasi võimsus

$$P = 3P_f = 3U_f I\cos\varphi = \sqrt{3}UI\cos\varphi \tag{2.57}$$

$$Q = 3Q_f = 3U_f I\sin\varphi = \sqrt{3}UI\sin\varphi \tag{2.58}$$

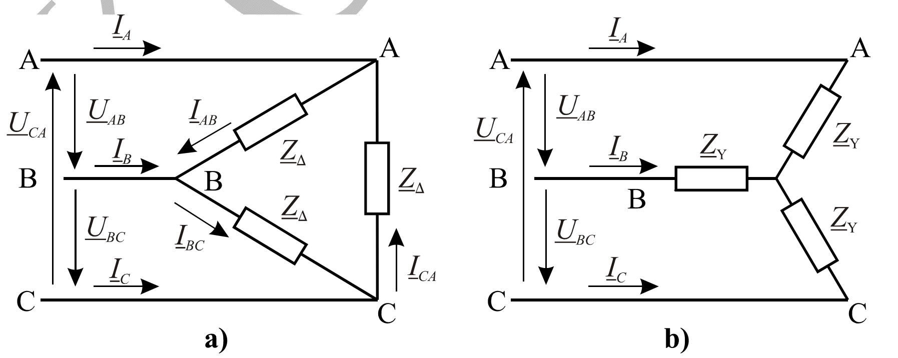
Vastav näivvõimsus

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI \tag{2.59}$$

Võimsustegur $P/S = \cos\varphi$ jääb samaks mis ühe faasi korral. Ja kuigi faaside hetkvõimsused võnguvad, on summaarne hetkvõimsus konstantne

$$p(t) = u_A(t)i_A(t) + u_B(t)i_B(t) + u_c(t)i_C(t) = 3U_f I\cos\varphi = 3P_f = P$$

Kolmefaasilisi koormusi võib ühendada kolmnurka (joonis 2.45a) ja toita nii kolmnurk- kui ka tähtlülituses generaatorist ka siis, kui koormusel puudub punkt neutraali ühendamiseks.



Joonis 2.45 Koormuste kolmnurk- ja tähtlülitus

Vool faasis A kolmnurklülituse korral

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = (\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA})\underline{Z}_\Delta$$

Kuna

$$\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA} = (\underline{U}_A - \underline{U}_B) - (\underline{U}_C - \underline{U}_A) = 2\underline{U}_A - \underline{U}_B - \underline{U}_C =$$
$$= 3\underline{U}_A - (\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C)$$

ja

$$\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C = 0$$

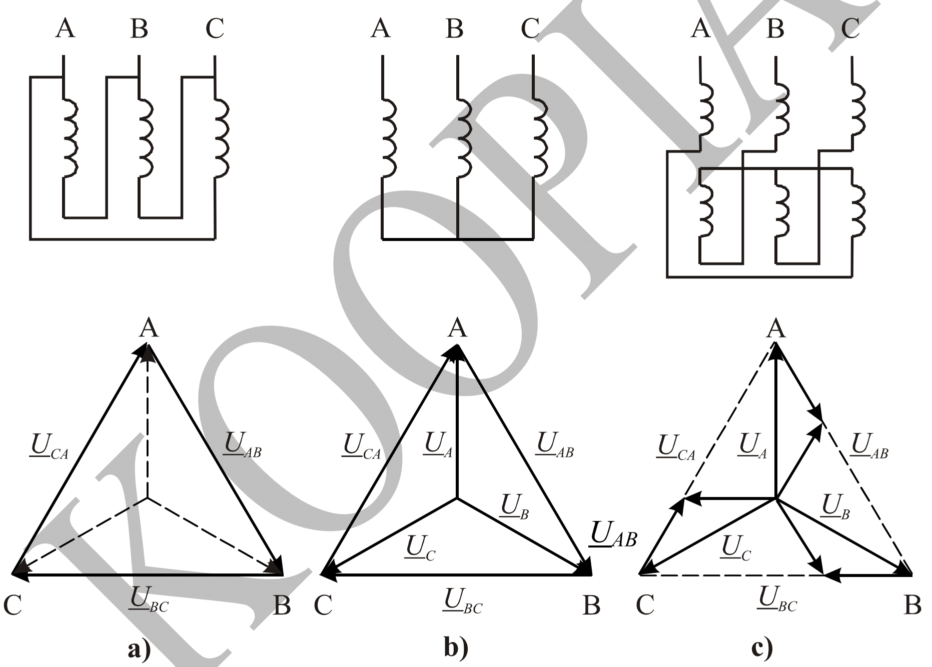
siis

$$\underline{I}_A = 3\underline{U}_A / \underline{Z}_\Delta = \underline{U}_A / (\underline{Z}_\Delta / 3)$$

Siit järeldub, et kolmnurklülitusega ekvivalentse tähtlülituse takistused on

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \tag{2.60}$$

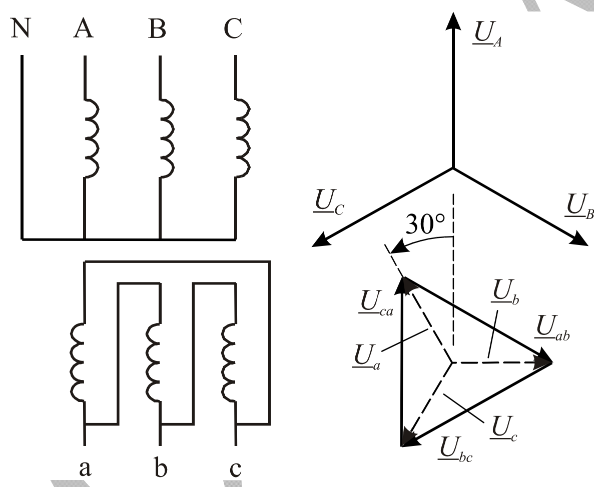
Tähele tuleks panna ka seda, et kui samad takistid ühendada tähtlülituse asemel kolmnurka, suurenevad voolud ja võimsused kolm korda.



Joonis 2.46 Trafo mähiste lülitusskeemid ja vektordiagrammid

Kolmefaasiliste trafode mähised võib ühendada tähte (joonis 2.46a) või kolmnurka (joonis 2.46 b). Lisavõimaluseks on siksaklülitus (joonis 2.46c), mida kasutatakse näiteks trafo madalama pinge poolel ühtlustamaks kõrgema pingega mähiste koormust. Mähiste lülitusskeeme tähistatakse tähtedega D, Y, Z või d, y, z trafo kõrgema või madalama pingega mähiste järgi. Kui täht- või siksaklülituses mähise neutraal maandatakse (ühendus neutraaliga on toodud trafo lülituskilbile), lisatakse tähisele täht N või n.

Sõltuvalt trafomähiste lülitusskeemist võib primaar- ja sekundaarmähise pingete vahel tekkida faasinihe. Näiteks kui primaarmähis on ühendatud tähte ja sekundaarmähis kolmnurka, on faasinihe 30°, sest sekundaarmähise liinipinge on siis samas faasis kui primaarmähise faasipinge (joonis 2.47). Kuna võimalik faasinihe on 30°, võivad mähised kuuluda 12 erinevasse **lülitusgruppi**. Kokkuleppeliselt on hakatud lülitusgruppe kujutama kella numbrilaual nii, et suur osuti vastab kõrgema pingega mähise faasipingele ja on alati numbril 12, madalama pingega mähise faasipinge suund aga vastab kella väikesele osutile, näidates lülitusgruppi. Joonisel 2.47 toodud ühendusviisi lülitusgrupp on seetõttu 11. Lülitusskeemid Yy, Dd ja Dz võivad moodustada paarisarvulisi lülitusgruppe 0 (või 12), 2, 4, 6, 8 ja 10, lülitusskeemid Yd, Dy, Yz aga paarituarvulisi gruppe 1, 3, 5, 7, 9 ja 11. Lülitusskeemi ja neutraali tähis ning lülitusgrupp moodustavad trafo **lülitustähise,** näiteks YNd11, Yy0, Dyn11, Dd0y5.



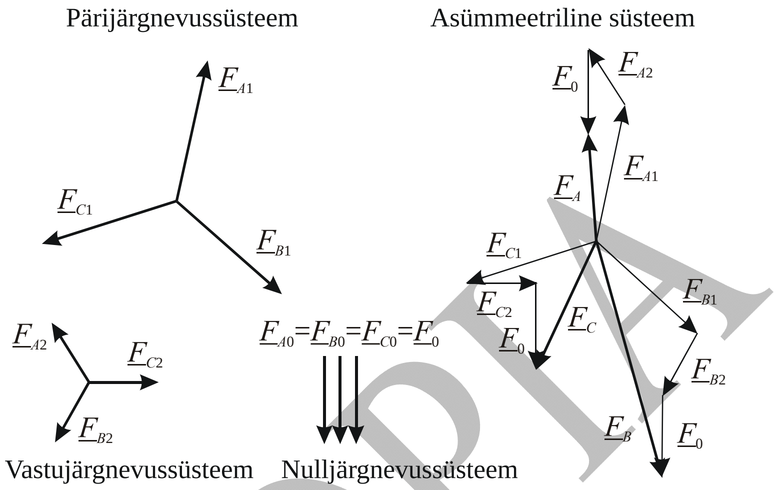
Joonis 2.47 Trafo YNd11-lülitus

Lülitusgruppe tuleb tähele panna trafode paralleelühendusel, vältimaks sekundaarpingete faaside erinevust. Lülitusskeem on oluline mittesümmeetrilise talitluse korral, määrates siis trafo ja kogu elektrivõrgu nulljärgnevusaseskeemi (p 2.3.3). Lülitusskeemiga seondub muidki probleeme, näiteks võib Yy-lülituses trafo maandamata neutraali korral genereerida ülemäära kolmandat harmoonikut (p 2.3.4).

2.3.3 Asümmeetriline ahel

Kolmefaasilise ahela asümmeetriline seisund tekib näiteks tasakaalustamata koormuse korral, kui võimsused tarbija eri faasides ei ole võrdsed. Teiseks asümmeetria põhjuseks on rikked – faasijuhtmete katkemised või asümmeetrilised (ühe- ja kahefaasilised või kahefaasilised maaga) lühised. Vähemal määral põhjustavad asümmeetriat võrgu asümmeetrilised elemendid, nagu transponeerimata või puudulikult transponeeritud elektriliinid.

Asümmeetrilist seisundit võib arvutada faasikoordinaatides ehk iga faasi kohta eraldi. Enam on levinud **sümmeetriliste komponentide meetod**, mille kohaselt võib igat kolmefaasilist vektorisüsteemi kujutada kolme sümmeetrilise süsteemi – päri-, vastu- ja nulljärgnevussüsteemi vektorite summana (joonis 2.48)



Joonis 2.48 Sümmeetrilised komponendid ja vastav asümmeetriline süsteem

$$\left.\begin{aligned}\underline{F}_A &= \underline{F}_{A1} + \underline{F}_{A2} + \underline{F}_0 \\ \underline{F}_B &= \underline{F}_{B1} + \underline{F}_{B2} + \underline{F}_0 \\ \underline{F}_C &= \underline{F}_{C1} + \underline{F}_{C2} + \underline{F}_0\end{aligned}\right\} \qquad (2.61)$$

Pärijärgnevussüsteemi vektorid $\underline{F}_{A1}$, $\underline{F}_{B1}$ ja $\underline{F}_{C1}$ on omavahel nihutatud 120° võrra päripäeva, vastujärgnevussüsteemi vektorid $\underline{F}_{A2}, \underline{F}_{B2}$ ja $\underline{F}_{C2}$ aga vastupäeva. Ehk teisiti, pärijärgnevussüsteemis on faasijärgnevus A–B–C, vastujärgnevussüsteemis A–C–B. Nulljärgnevussüsteemi vektorid on kõik võrdsed $\underline{F}_{A0} = \underline{F}_{B0} = \underline{F}_{C0} = \underline{F}_0$.

Faaside B ja C sümmeetrilisi komponente saab avaldada faasi A sümmeetriliste komponentide $\underline{F}_{A1}, \underline{F}_{A2}$ ja $\underline{F}_0$ kaudu, kui kasutada erilist ühikvektorit ehk faasikordajat *a*, mis pöörab temaga korrutatavat vektorit 120° vastupäeva

$$a = 1\angle 120° = e^{j120°} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Faasikordaja ruut a^2 pöörab sellega korrutatavat vektorit 240° vastupäeva ehk 120° päripäeva

$$a^2 = 1\angle 240° = e^{j240°} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Faasikordajat kasutades avalduvad asümmeetrilise süsteemi vektorid järgmiselt:

$$\left.\begin{aligned} \underline{F}_A &= \underline{F}_{A1} + \underline{F}_{A2} + \underline{F}_0 \\ \underline{F}_B &= a^2 \underline{F}_{A1} + a\, \underline{F}_{A2} + \underline{F}_0 \\ \underline{F}_C &= a\, \underline{F}_{A1} + a^2 \underline{F}_{A2} + \underline{F}_0 \end{aligned}\right\} \tag{2.62}$$

Nüüd on lihtne lahendada ka pöördülesannet, s.t leida faasi A sümmeetrilised komponendid vektorite tegelike väärtuste $\underline{F}_A, \underline{F}_B$ ja $\underline{F}_C$ kaudu

$$\left.\begin{aligned} \underline{F}_{A1} &= \frac{1}{3}(\underline{F}_A + a\, \underline{F}_B + a^2 \underline{F}_C) \\ \underline{F}_{A2} &= \frac{1}{3}(\underline{F}_A + a^2\, \underline{F}_B + a\, \underline{F}_C) \\ \underline{F}_0 &= \frac{1}{3}(\underline{F}_A + \underline{F}_B + \underline{F}_C) \end{aligned}\right\} \tag{2.63}$$

Päri-, vastu- ja nulljärgnevussüsteemis kehtivad Ohmi ja Kirchhoffi seadused tavalisel kujul. Igas sümmeetrilises süsteemis saab leida pingelangu ja voolu vahel seose

$$\Delta\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1, \quad \Delta\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2, \quad \Delta\underline{U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0$$

kus $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ja $\underline{Z}_0$ on vaadeldava ahelaharu päri-, vastu- ja nulljärgnevustakistused. Keerulisele ahelale võib koostada aseskeemid ja võrrandid ning lahendada need eraldi päri-, vastu- ja nulljärgnevuskomponendi jaoks. Tegelikud faasisuurused leitakse sümmeetriliste komponentide summeerimise teel.

Tabel 2.4 Elektrivõrgu elementide orienteerivad nulljärgnevusreaktantsid

Element	X_0
Trafo, maandamata neutraaliga	∞
Trafo Yyn- või Zyn-lülituses, viie- ja neljasambaline või koostatud kolmest ühefaasilisest trafost	∞
Trafo Yyn- või Zyn-lülituses, kolmesambaline	10...15 X_1
Trafo Dyn- või YNyn-lülituses	X_1
Trafo Dzn- või Yzn-lülituses	0,1...0,2 X_1
Sünkroonmasin	0,5 X_1
Asünkroonmasin, maandamata neutraaliga	∞
Asünkroonmasin, maandatud neutraaliga	≈ 0
Elektriliin	3 X_1

Ahela päri- ja vastujärgnevusskeemid on üldjoones sarnased. Erinevuseks on elektromotoorjõu puudumine (omab nullväärtust) vastujärgnevusskeemis. Erinevad on ka pöörlevate masinate vastu- ja pärijärgnevustakistused, sest vastujärgnevusvoolud tekitavad nendes magnetvälja, mis pöörleb pärijärgnevusvoolude poolt tekitatud magnetväljaga võrreldes vastassuunas. Liinide ja trafode päri- ja vastujärgnevustakistused on võrdsed. Seevastu ahela elementide nulljärgnevustakistused on teistsugused. Trafo nulljärgnevustakistus oleneb mähiste lülitusgrupist ja trafo orienteeritusest nulljärgnevusvoolude suhtes. Nulljärgnevusvoolud saavad trafosse siseneda ja edasi voolata ainult läbi maandatud neutraaliga mähiste. Trafosse sisenenud nulljärgnevusvoolud sulguvad kolmurkmähistes (mähise takistus skeemil maandatakse), kuid ei saa voolata maandamata tähte ühendatud mähistes (takistus on lõpmata suur). Seega sõltub trafode lülitusgrupist kogu nulljärgnevusskeem. Nulljärgnevusreaktantside orienteerivad väärtused on tabelis 2.4.

2.3.4 Mittelineaarne ahel

Pinge ja sellega seonduv vool elektriahelas ei pruugi olla siinuseline. Mittesiinuselise kujuga pingeid võib vaadelda ennekõike elektroonikaskeemides. Kuid ka elektrivõrgus täheldatakse kõrvalekaldeid pingelaine siinuselisest kujust. Igale perioodiliselt muutuvale suurusele võib fikseerida muutumisperioodi T ja sellele vastava **põhisageduse** $\omega = 2\pi/T$.

Fourier avastas, et iga perioodilise funktsiooni *f(t)*, mille põhisagedus on ω , saab arendada ritta

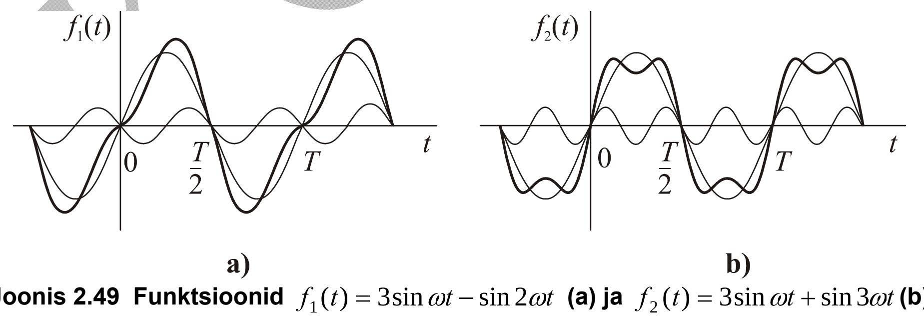
$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t) \tag{2.64}$$

Valem (2.64) kujutab **trigonomeetrilist Fourier' rida**, mille tegurid on c_0, a_1, b_1,... Rea võib esitada ka amplituudide ja faaside kaudu

$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

või **eksponentsiaalse Fourier' reana**

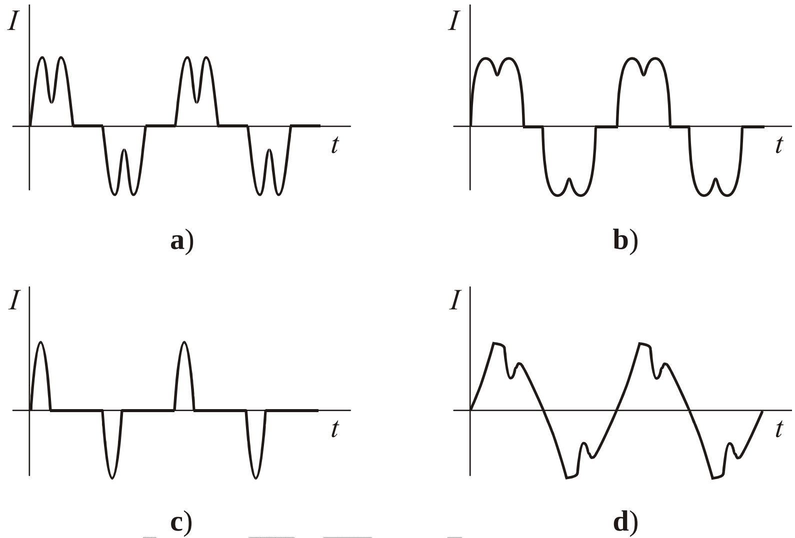
$$f(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty}(c_k e^{jk\omega t} + c_k e^{jk\omega t}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega t} \tag{2.65}$$



Joonis 2.49 Funktsioonid $f_1(t) = 3\sin\omega t - \sin 2\omega t$ **(a) ja** $f_2(t) = 3\sin\omega t + \sin 3\omega t$ **(b)**

Fourier' teisendus on füüsikaliselt tõlgendatav nii, et iga perioodiline funktsioon koosneb konstantsest komponendist ning perioodilistest komponentidest, mille sagedused on põhisageduse ω kordsed ehk **harmoonikud**. Funktsiooni kujust olenevalt võib osa harmoonikutest (nt paaris- või paaritud harmoonikud) puududa. Ka võib rea liikmete arv olla lõplik või jäetakse liiga kõrge sagedusega harmoonikud praktilistel kaalutlustel vaatlemata. Joonisel 2.49 on kaks funktsiooni, mis sisaldavad kahe- ja kolmekordse sagedusega harmoonikuid.

Igat harmoonikut iseloomustab sagedus, amplituud ja faas. Hea ülevaate olukorrast annab **spekter**, kus harmoonikute amplituude (vajaduse korral ka faase) on kujutatud sõltuvalt sagedusest. Perioodiliste funktsioonide spektrite uurimist nimetatakse spektraalanalüüsiks, mida tehakse erimõõteriistadega – spektraal-analüsaatoritega.



Joonis 2.50 Harmoonikugeneraatorite voole: juhitav ajam (a), alaldi (b), arvuti (c), lahenduslamp (d)

Elektrivõrkudes genereerivad harmoonikuid peamiselt mittelineaarsed koormused (joonis 2.50). Põhilised mittelineaarsed koormused on jõuelektroonikat kasutavad ja elektrilahendusel rajanevad tööstuskoormused: juhitavad ajamid, alaldid, inverterid, kaarahjud, keevitusseadmed, lahenduslambid jm. Mittelineaarseteks koormusteks on ka sellised kodu ja kontori elektritarvitid nagu televiisorid, mikrolaine- ja induktsioonahjud, arvutid, printerid, kopeerimismasinad jt. Enamik mittelineaarsetest koormustest genereerivad paarituid harmoonikuid. Trafode hüstereesi tõttu mittelineaarne magneetimisvool, poollainealaldid ja kaarahjud genereerivad paarisharmoonikuid. Juhusliku iseloomuga koormused (kaarahjud, keevitusseadmed ja sagedusmuundurid) võivad genereerida ka vaheharmoonikuid, mille sagedus ei ole pinge põhilaine sageduse kordne. Elektrivõrgus, kus harmoonikute esinemine viitab pinge kvaliteedi langusele, hinnatakse toitepinge harmoonikute koguväärtust **harmoonmoonutusteguriga** *THD* (*Total Harmonic Distortion*)

$$THD = \sqrt{\sum_{h=2}^{40}\left(\frac{U_h}{U_1}\right)^2} = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{40} U_h^2}}{U_1} \tag{2.66}$$

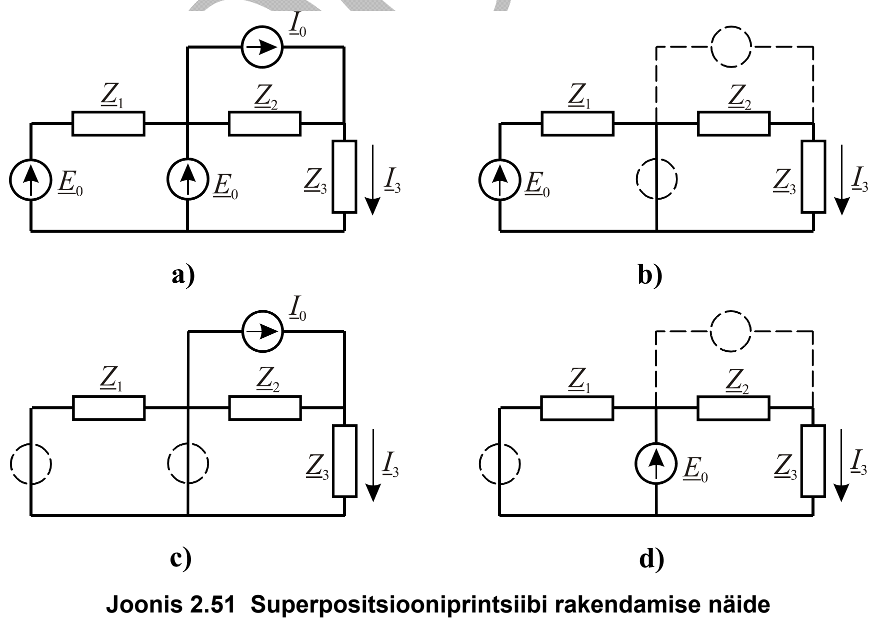
kus: U_h – pinge h-nda harmooniku amplituudväärtus
U_1 – pinge põhiharmooniku amplituudväärtus.

Harmoonikugeneraatorite põhjustatud muude tarbijate toitepinge moonutused sõltuvad elektrivõrgu ehitusest, ennekõike takistusest. Talitlust arvutatakse superpositsiooniprintsiibil (p 2.4.1), kus iga harmooniku kohta eraldi arvutatud seisundid summeeritakse.

2.4 Elektriahelate analüüsimeetodid

2.4.1 Superpositsiooniprintsiip

Elektriahelate analüüsimisel lähtutakse enamasti ideaalsest pingeallikast ehk elektromotoorjõust, mille väärtus ei sõltu seda läbivast voolust. Mõnikord, näiteks voolutrafo modelleerimisel, on otstarbekas vaadelda ka ideaalset vooluallikat. Kui elektriahel sisaldab vaid ideaalseid allikaid ja ahela muude elementide takistused on konstantsed, siis on tegemist lineaarse ahelaga. Lineaarses ahelas kehtib **superpositsiooniprintsiip** (teoreem): *kui lineaarahel sisaldab kahte või enamat elektriallikat, siis võrduvad ahela voolud ja pinged iga elektriallika poolt eraldi tekitatud (teised allikad on kõrvaldatud) osaväärtuste algebralise summaga.*



Joonis 2.51 Superpositsiooniprintsiibi rakendamise näide

Olgu joonisel 2.51a esitatud näites, mis sisaldab kahte pinge- ja ühte vooluallikat, vaja leida vool $\underline{I}_3$. Leiame voolu osaväärtused $\underline{I}_{31}$, $\underline{I}_{32}$ ja $\underline{I}_{33}$, mis on tekitatud iga elektriallika poolt eraldi (joonis 2.51b, c ja d). Otsitava voolu väärtus saadakse osavoolude summeerimisel

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} + \underline{I}_{32} + \underline{I}_{33}$$

2.4.2 Aseskeemide teisendamine

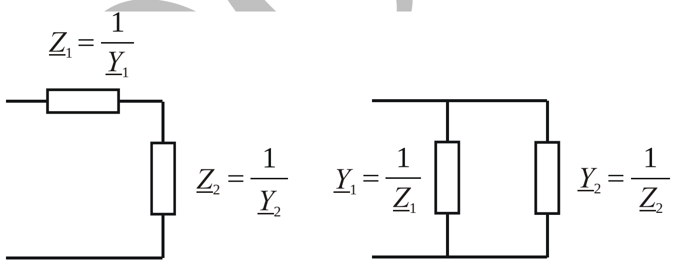
Elektriahela aseskeem tekib, kui asendada lähteskeemi kõik elemendid nende aseskeemidega. Elementide aseskeemide valikul arvestatakse uuritava nähtuse iseloomu ja tulemuste vajalikku täpsust. Näiteks võib arvestada või mitte liinide ja trafode pikiaktiiv- või reaktiivtakistusi ja põikjuhtivusi.

Enne vajalike talitlusparameetrite (voolud, pinged, võimsused) arvutamisele asumist on aseskeemi otstarbekas lihtsustada. Alalisvoolu puhul (p 2.1.2) vaadeldud jada- ja rööpühenduses takistuste liitmise reeglid kehtivad ka vahelduvvoolu korral. Jadaühendusel (joonis 2.52a)

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \quad \text{või} \quad \underline{Y} = \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} \qquad (2.67)$$

Rööpühenduse korral (joonis 2.52b)

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \quad \text{või} \quad \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \qquad (2.68)$$



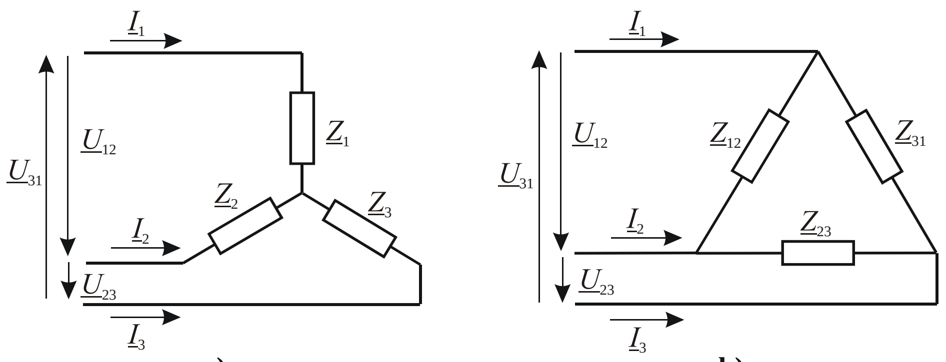
a) b)

Joonis 2.52 Takistuste jada- ja rööpühendus

Takistuste jada- ja rööpühendusele lisaks võib tekkida vajadus teisendada tähtühendust kolmnurka või vastupidi (joonis 2.53). Teisendamisvalemid saadakse eeldusel, et välised voolud $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ ja $\underline{I}_3$ ning pinged $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$ ja $\underline{U}_{31}$ jäävad muutumatuks

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \quad \text{ja} \quad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \qquad (2.69)$$

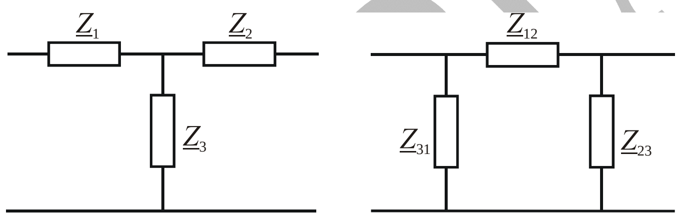
Ülejäänud takistused leitakse samamoodi.



a) b)

Joonis 2.53 Täht-kolmnurkteisendus

Vaadeldud võtetega võib mis tahes passiivse, vooluallikaid mittesisaldava skeemi teisendada T- või Π-kujuliseks ekvivalentseks aseskeemiks (joonis 2.54). Seosed nende skeemide takistuste vahel on samad mis täht- ja kolmnurkteisendusel.

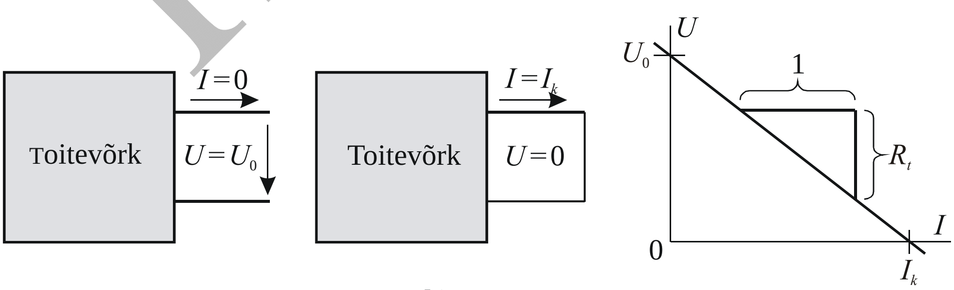


a) b)

Joonis 2.54 T- ja Π-kujuline aseskeem

2.4.3 Thévenini ja Nortoni allikad

Suvalist lineaarset ahelat (toitevõrku) võib vaadelda tühijooksul ja lühises (joonis 2.55a ja b). Tulemuseks on tühijooksupinge U_0 ja lühisvool I_k. Ahela lineaarsuse tõttu kehtib joonisel 2.55 c näidatud karakteristik, mille kalle resistiivse ahela korral on $-R_t$, kusjuures $R_t = U_0 / I_k$.



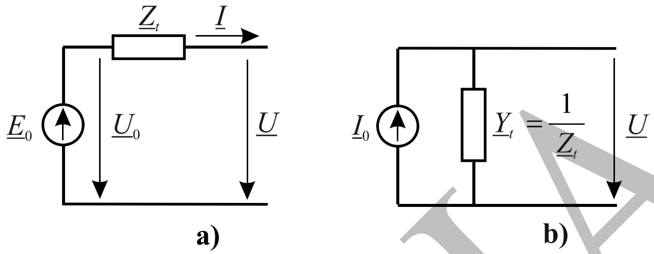
a) b) c)

Joonis 2.55 Toitevõrgu tühijooksu- ja lühiskatse ning karakteristik

Lineaarse ahela (toitevõrgu) kohta kehtivad üldjuhul järgmised teoreemid:

- **Thévenini teoreem**: *lineaarne toitevõrk käitub nagu ideaalne pingeallikas jadamisi impedantsiga.*
- **Nortoni teoreem**: *lineaarne toitevõrk käitub nagu ideaalne vooluallikas rööbiti impedantsiga.*

Esitatud teoreemidele vastavad Thévenini ja Nortoni allikate aseskeemid on joonisel 2.56, kusjuures Nortoni aseskeemi korral vaadeldakse juhtivust $\underline{Y}_t = 1/\underline{Z}_t$



Joonis 2.56 Thévenini (a) ja Nortoni (b) aseskeem

Kehtivad seosed

$$\underline{U} = \underline{U}_0 - \underline{Z}_t \underline{I}\,, \quad \underline{I} = \underline{I}_0 - \underline{Y}_t \underline{U}$$

Thévenini allika takistus (Nortoni allika juhtivuse pöördväärtus) on leitav asendatava võrgu ekvivalentse takistusena, kui kõik elektrienergia allikad ära jätta.

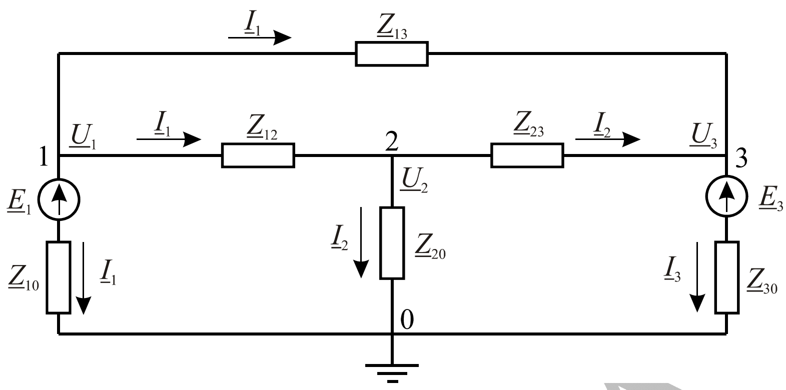
2.4.4 Sõlmepingemeetod

Kirchhoffi seadustest lähtudes võib koostada võrrandisüsteemi suvalise skeemiga elektriahela analüüsimiseks. Koostatavate võrrandite struktuur ja vastavate sõltumatute muutujate koosseis võib seejuures erineda. Allpool vaadeldakse kahte levinud meetodit võrrandite koostamiseks – sõlmepinge- ja kontuurvoolumeetodit.

Sõlmepingemeetodi korral on sõltumatuteks ehk põhimuutujateks ahela sõlmede pinged, täpsemalt sõlmepingete moodulid ja nurgad. Ülejäänud muutujate (voolud, võimsused) väärtused leitakse sõlmepingete kaudu. Kui ahelas on n sõlme, saab Kirchhoffi esimese seaduse alusel kirjutada n kompleksmuutujaga võrrandit kujul

$$\sum_{i,j} \underline{I}_{ij} = 0$$

kus summeeritakse kõik vaadeldava sõlmega i ühendatud harude voolud. Voolud nendes võrrandites võib Ohmi seadust kasutades avaldada sõlmepingete kaudu. Kuna üks vooludest on leitav ülejäänute põhjal, saadakse $n - 1$ kompleksset lineaarset võrrandit, milles on vastav arv sõltumatuid muutujaid – sõlmepingeid. Kui komplekssuurused jagada reaal- ja imaginaarosaks, on tulemuseks $2(n - 1)$ mittekompleksset võrrandit ja sõltumatut muutujat – sõlmepingete moodulit ja nurka. Selleks et võrrandisüsteem oleks lahenduv, tuleb ühe sõlme, **baassõlme** pinge ette anda. Baassõlmeks võib olla, kuid ei pea olema, "maa" – sõlm, mille pingemoodul ja -nurk loetakse nulliks.



Joonis 2.57 Nelja sõlmega elektriahel

Joonisel (2.57) kujutatud ahelas on neli sõlme. Baassõlmeks valime sõlme numbriga 0 ning eeldame, et vastava pinge moodul ja nurk on nullid. Joonisel on baassõlm näidatud maandatuna, kuigi füüsiliselt ei pruugi see nii olla. Ahela seisundi määravad kolm sõlmepinget $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ ja $\underline{U}_3$. Esimese sõlme kohta võib kirjutada

$$\underline{I}_{10} + \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} = 0$$

$$Y_{10}(\underline{U}_1 - \underline{E}_1) + Y_{12}(\underline{U}_1 - \underline{U}_2) + Y_{13}(\underline{U}_1 - \underline{U}_3) = 0$$

Koostades samalaadsed võrrandid ka teise ja kolmanda sõlme kohta, saame võrrandisüsteemi

$$\begin{aligned}
(Y_{10} + Y_{12} + Y_{13})\underline{U}_1 - Y_{12}\underline{U}_2 - Y_{13}\underline{U}_3 &= Y_{10}\underline{E}_1 \\
-Y_{12}\underline{U}_1 + (Y_{20} + Y_{12} + Y_{23})\underline{U}_2 - Y_{23}\underline{U}_3 &= 0 \\
-Y_{13}\underline{U}_1 - Y_{23}\underline{U}_2 + (Y_{30} + Y_{32} + Y_{33})\underline{U}_3 &= Y_{30}\underline{E}_3
\end{aligned}$$

ehk maatrikskujul

$$\begin{bmatrix} Y_{10} + Y_{12} + Y_{13} & -Y_{12} & -Y_{13} \\ -Y_{12} & Y_{20} + Y_{12} + Y_{23} & -Y_{23} \\ -Y_{13} & -Y_{23} & Y_{30} + Y_{32} + Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{10}\underline{E}_1 \\ 0 \\ Y_{30}\underline{E}_3 \end{bmatrix}$$

Selle võrrandisüsteemi võib lahendada kompleksarvutusega või, eraldades eelnevalt võrrandite reaal- ja imaginaarosad, reaalarvutusega. Viimasel juhul saadakse kuuest võrrandist koosnev süsteem, milles on kuus otsitavat – sõlmepingete moodulid ja nurgad.

2.4.5 Kontuurvoolumeetod

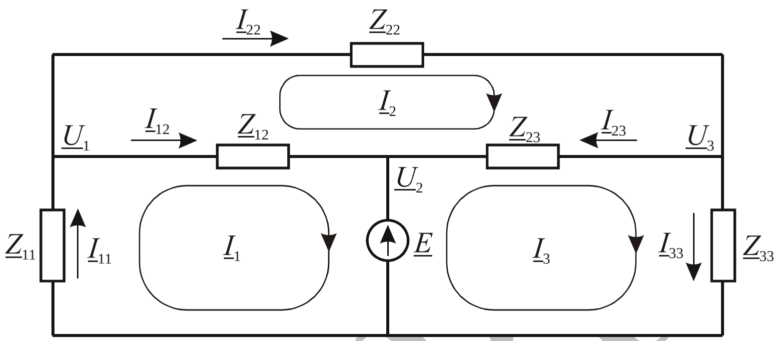
Vaatleme nii nagu punktis 2.1.2 elektriahela silmuseid ehk kontuure ja kujutame nendes fiktiivseid **kontuurvoole** $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ ja $\underline{I}_3$ (joonis 2.58). Need voolud ühtivad tegelike vooludega $\underline{I}_{11}$, $\underline{I}_{22}$ ja $\underline{I}_{33}$ vaid ahela väliskülgedel. Voolud ahela muudes harudes võib Kirchhoffi esimese seaduse alusel avaldada kontuurvoolude kaudu

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2\,,\quad \underline{I}_{23} = \underline{I}_2 - \underline{I}_3$$

Kuna pinged ahela sõlmedes saab omakorda leida voolude kaudu

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_{11}\,,\quad \underline{U}_2 = \underline{E}\,,\quad \underline{U}_3 = -\underline{Z}_{33}\underline{I}_{33}$$

võib tõdeda, et elektriahela seisund on kontuurvooludega täielikult määratud. Loomulikult tuleb seejuures vaadelda ahela kõiki sõltumatuid kontuurvoole.



Joonis 2.58 Ahel kolme sõltumatu kontuuriga

Joonisel 2.58 näidatud ahela kohta võib Kirchhoffi teise seaduse alusel kirjutada võrrandisüsteemi

$$\underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}(\underline{I}_1 - \underline{I}_2) = -\underline{E}$$

$$\underline{Z}_{22}\underline{I}_2 + \underline{Z}_{23}(\underline{I}_2 - \underline{I}_3) + \underline{Z}_{12}(\underline{I}_2 - \underline{I}_1) = 0$$

$$\underline{Z}_{23}(\underline{I}_3 - \underline{I}_2) + \underline{Z}_{33}\underline{I}_3 = \underline{E}$$

ehk maatrikskujul

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12} & -\underline{Z}_{12} & 0 \\ -\underline{Z}_{12} & \underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{12} & -\underline{Z}_{23} \\ 0 & -\underline{Z}_{23} & \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{E} \\ 0 \\ \underline{E} \end{bmatrix}$$

Selle võrrandisüsteemi alusel saab leida otsitavad kontuurvoolud ja nende kaudu ka sõlmede pinged.

